APPENDICE 1

Extrait du chapitre II[1] de l'ouvrage [10] :

…

« A l'inverse, des efforts patients et ardents de réflexion sur ces textes peuvent conduire à des réussites exceptionnelles. L'attitude de Maxwell est en tout point exemplaire, et son témoignage, qu'il expose avec tant de ferveur, est capital pour la défense et l'illustration de nos points de vue.

2.3 Les leçons de Maxwell

« Avant de commencer l'étude de l'électricité, je pris la résolution de ne pas lire des mathématiques sur ce sujet, avant d'avoir parcouru *les Recherches expérimentales sur l'électricité* de Faraday. Je savais que l'on pensait qu'il y avait une divergence de vue sur la manière dont Faraday d'une part et les mathématiciens de l'autre concevaient les phénomènes, si bien qu'aucune des parties n'était satisfaite du langage de l'autre. J'étais également convaincu que ce désaccord ne provenait pas d'une erreur d'un côté ou de l'autre. Je dois cette conviction à sir William Thomson ; je lui dois également l'essentiel de ce que j'ai appris sur le sujet, par son aide, ses conseils, ses publications.

En poursuivant l'étude de Faraday, je perçus que sa méthode de concevoir les phénomènes, bien que n'étant pas exprimée sous la forme conventionnelle de symboles mathématiques, était également de type mathématique. Je découvris que ces méthodes pouvaient s'exprimer dans les formes mathématiques ordinaires, et ainsi être comparées à celles des mathématiciens professionnels.

Par exemple, Faraday voyait dans son esprit des lignes de force traversant tout espace là où les mathématiciens voyaient des centres de force attirant à

---

[1] Ce chapitre est la reprise partielle d'un article paru sous le titre *La Formule et le Fait* dans trois revues : *Bulletin du Groupe d'Etudes des Rythmes biologiques*, vol.8, n° 6, 1976, 185-200 ; *Economies et Sociétés*, n° 29, 1977, 533-552 ; *Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enesignement public*, n° 309, 1977, 471-492.

distance : Faraday recherchait le siège du phénomène dans l'action réelle qui se produisait dans le milieu ; les mathématiciens étaient sûrs de l'avoir trouvé dans un pouvoir d'action à distance, agissant sur les fluides électriques.

Après avoir traduit en mathématiques ce que je considérais comme étant les idées de Faraday, je trouvais qu'en général les résultats des deux méthodes coïncidaient, de sorte que les deux méthodes permettaient d'expliquer les mêmes phénomènes et de déduire les mêmes lois d'action ; mais je trouvais aussi que la méthode de Faraday ressemblait à celles dans lesquelles, partant du tout, on arrive aux parties par l'analyse, tandis que les méthodes mathématiques ordinaires étaient fondées sur le principe qui consiste à prendre d'abord en considération les parties pour construire par synthèse le tout.

Je trouvais également que quelques-unes des méthodes de recherche les plus fertiles découvertes par les mathématiciens pouvaient être exprimées de bien meilleure façon dans les termes, les idées de Faraday, que dans leur forme originale. »

Maxwell poursuit dans sa préface, deux pages plus loin : « Je me suis limité presque entièrement au traitement mathématique du sujet, mais je recommanderais à l'étudiant, après qu'il eut appris, si possible expérimentalement, quels sont les phénomènes à observer, de lire avec soin *les Recherches expérimentales sur l'électricité* de Faraday. Il y trouvera un compte-rendu historique, strictement contemporain, de quelques-unes des découvertes et recherches électriques les plus grandes, réalisées dans un ordre de succession qui aurait pu difficilement être amélioré si le résultat en avait été connu dès le début, et exprimées dans le langage d'un homme qui porte beaucoup d'attention à la description précise des opérations scientifiques et de leurs résultats.

L'étudiant aura intérêt à lire les mémoires originaux sur le sujet qu'il travaille, quel que soit celui-ci ; car la science est toujours plus complètement assimilable quand on l'étudie dans son état naissant. »

Toutes ces lignes son extraites de la préface de son traité [15]. Dans le cours de ce livre, au volume 2, il incite à nouveau le lecteur à se pencher sur l'ouvrage de Faraday. Voici en quels termes : « 528. La découverte par Oersted de l'action magnétique d'un courant électrique a conduit, par un processus direct de raisonnement, à la découverte de la magnétisation par les courants électriques, et de l'action mécanique entre les courants électriques. Cependant, ce ne fut pas avant 1831 que Faraday, qui avait essayé depuis quelque temps de produire des courants électriques par une action magnétique ou électrique, découvrit les conditions de l'induction magnéto-électrique. La méthode employée par Faraday dans ses recherches était fondée sur un appel constant à l'expérience connue, moyen de vérification de ses idées, et sur l'approfondissement constant de celles-ci sous l'influence directe de l'expérience. Dans ses publications sur ses recherche, nous trouvons ces idées exprimées dans un langage qui est d'autant mieux adapté à une science naissante qu'il est quelque peu étranger au style des physiciens accoutumés à établir des formes mathématiques de pensée.

La recherche expérimentale par laquelle Ampère établit les lois de l'action mécanique entre les courants électriques est l'une des plus brillantes réussites de la science.

L'ensemble, théorie et expériences, semble avoir jailli pleinement adulte et tout armé du cerveau du « Newton de l'Electricité ». La forme en est parfaite, la précision inattaquable, et se résume en une formule d'où l'on peut déduire tous les phénomènes, et qui demeurera la formule cardinale de l'électro-dynamique.

Cependant, la méthode d'Ampère, bien que moulée dans une forme inductive, ne nous permet pas de suivre la formation des idées qui l'ont guidé. Nous pouvons difficilement croire qu'Ampère a vraiment découvert la loi de l'action au moyen des expériences qu'il décrit. Nous en venons à soupçonner – en fait, il nous le dit lui-même – qu'il a découvert cette loi par un procédé qu'il ne nous montre pas et qu'après avoir construit une démonstration parfaite, il a ôté toute trace de l'échafaudage au moyen duquel il l'avait bâtie.

Faraday, au contraire, nous montre aussi bien ses échecs que ses expériences réussies, ses idées latentes aussi bien que celles qui se sont développées, et le lecteur, si inférieur à lui en pouvoir d'induction, éprouve encore plus de sympathie que d'admiration ; il est tenté de croire que si l'occasion lui en était offerte, il pourrait, lui aussi, devenir un découvreur. Tout étudiant devrait donc lire les recherches d'Ampère comme un splendide exemple du style scientifique dans la présentation d'une découverte, mais il devrait aussi étudier Faraday pour cultiver un esprit scientifique, au moyen de l'action et de la réaction qui se produiront entre les faits nouveaux présentés par Faraday et les idées qui prendront naissance dans son propre esprit.

Ce fut peut-être un bénéfice pour la science que Faraday, bien que pleinement conscient des formes fondamentales de l'espace, du temps et de la force, n'ait pas été un mathématicien déclaré. Il n'était pas tenté de se plonger dans les nombreuses recherches intéressantes de pure mathématique que ses découvertes lui auraient suggérées si elles avaient été présentées sous une forme mathématique, et il ne se sentait obligé ni de forcer ses résultats à prendre une forme acceptable au goût mathématique de l'époque, ni de les exprimer sous une forme peu susceptible d'être attaquée par les mathématiciens. Il eut ainsi la liberté de faire son travail personnel, d'accorder ses idées à se faits, et de les exprimer dans un langage naturel et non technique. »

2.4 Sur la première leçon : « Il faut prendre l'idée de celui-là même qui l'a inventée »

Cette formule d'Alain résume la première leçon que nous rappelle Maxwell. Leçon, antique, on la trouve déjà chez Platon, mais tant de fois négligée ! la lecture du créateur apporte plus à l'entendement, enrichit davantage que ne semble pouvoir le faire n'importe quel épigone.

La pédagogie universitaire pourrait tenir compte de cette remarque. Le professeur renvoie-t-il assez l'étudiant à la lecture des fondateurs ? Comme on le fait dans le secondaire pour les lettres classiques, on pourrait également réunir des textes scientifiques importants, et passer quelques heures à les commenter. Un professeur d'histoire des sciences serait chargé de ce rôle. A un niveau plus élevé, l'étudiant rédigerait un petit rapport sur l'historique d'une découverte contemporaine, afin, principalement, que soit suscité en lui l'intérêt pour la pensée d'autrui.

Il fut un temps, en France, où l'on ne dédaignait pas ce contact avec les maîtres du passé. Ainsi Alfred Kastler, lorsqu'il était à l'École normale, dut faire un exposé sur Ampère. Qui peut apprécier, avec exactitude, l'incidence secrète de ce petit travail d'histoire sur la carrière du prix Nobel ? L'école française de physique aurait-elle gagné à la lecture des traités de Maxwell [15] et de Thomson et Tait [23], qui dormaient dans les réserves de la bibliothèque de l'École normale (les pages 41 à 96 du second de ces traités [édition de 1891] n'étaient même pas découpées) ? Des expériences de formation « nouvelle » portant sur quelques décennies permettraient sans doute d'asseoir la valeur d'une réponse.

Il va sans dire que la doctrine qui est présentée ici est applicable à toutes les disciplines. Les éditeurs y trouveraient leur compte : on publierait à nouveau les ouvrages des grands précurseurs, et si possible leurs éditions princeps où l'on peut goûter la fraîcheur de la première pensée.

Chez les naturalistes, l'œuvre de Buffon, par exemple, gagnerait, semble-t-il, à être mieux connue. On sait l'intérêt que portait ce grand savant aux mathématiques ; les travaux et les réflexions qu'elles lui ont inspirés gardent toute leur jeunesse. Ses idées sur la perception physiologique [7] mériteraient encore d'être examinées. Et ces lignes ne pourraient-elles pas intéresser les embryologistes : « Les vrais ressorts de notre organisation ne sont pas ces muscles, ces veines, ces artères, ces nerfs, que l'on décrit avec tant d'exactitude et de soin ; il existe, comme nous l'avons dit, des forces intérieures dans les corps organisés, qui ne suivent point du tout les lois de la mécanique grossière que nous avons imaginée, et à laquelle nous voudrions tout réduire : au lieu de connaître ces forces par leurs effets, on a tâché d'en écarter jusqu'à l'idée ; on a voulu les bannir de la philosophie : elles ont reparu cependant, et avec plus d'éclat que jamais, dans la gravitation, dans les affinités chimiques, dans les phénomènes de l'électricité… » ? »

[Les titres des autres paragraphes de ce chapitre, liés à l'histoire des sciences, sont les suivants :

2.5 Sur la seconde leçon : les dangers de l'algébrose

2.6 L'irrationnel contre l'algébrose

2.7 La nouveauté et le moyen terme]

APPENDICE II

1. Extrait de l'ouvrage de C. G. Jung, *Psychologie de l'Inconscient* [37] (où il présente à nouveau sa notion d'«*'images archétypes* »)

« Considérons, par exemple, l'une des plus grandes idées qui soient nées au cours du XIX^e^ siècle, l'idée de la conservation de l'énergie. Elle fut émise par Robert Mayer. C'était un médecin, et non un physicien ou un philosophe de la nature auxquels on serait tenté d'attribuer la création d'une idée de cette sorte. Or, il importe de savoir que cette idée n'a pas été, au sens propre du terme, créée par Robert Mayer. Elle n'a pas été non plus engendrée par la confluence de conceptions ou d'hypothèses scientifiques alors existantes ; elle s'est développée chez son créateur, à la manière d'une plante. Mayer écrivant à Griesinger, en 1844, s'exprimait ainsi : « Ce n'est pas en un effort de réflexion , à ma table de travail, que j'ai trouvé cette théorie. » Il continue sa lettre en communiquant à son correspondant certaines observations physiologiques qu'il avait faites de 1840 à 1841 comme médecin de bord et il enchaîne en ces termes : « si l'on veut éclaircir des questions physiologiques, la connaissance des processus physiques est indispensable, à moins qu'on ne préfère prendre ces choses sous l'angle métaphysique, ce qui me répugne infiniment. Je m'en suis donc tenu à la physique et me suis adonné à celle-ci avec une telle passion que – ce qui porterait bien des gens à rire de moi – je me souciais for peu du continent lointain où nous abordions et que je préférais demeurer à bord où je pouvais travailler sans interruption et où, certaines heures, je me sentais comme *inspiré* ; rien de semblable, à ma souvenance, ne m'est jamais arrivé ni avant ni après. Quelques éclairs de pensée qui me traversèrent l'esprit – c'était en rade de Surabaja – furent aussitôt poursuivis avec ardeur et me conduisirent encore à de nouveaux sujets. Ces temps-là sont passés, mais un examen à tête reposée *de ce qui a alors émergé en moi* m'a appris qu'il s'agissait d'une vérité qui *non* *seulement peut être sentie subjectivement*, mais qui, encore, peut être prouvée objectivement. Cette démonstration pourra-t-elle être faite par un homme aussi peu versé en physique que moi, c'est ce que naturellement il ne m'appartient pas de juger. »

Helm, dans son ouvrage *Energetik*[2], émet l'opinion que la pensée nouvelle de Robert Mayer ne s'est pas dégagée peu à peu, par une étude et une réflexion approfondie des conceptions traditionnelles qu'on se faisait de la force, mais qu'elle appartenait à ces idées intuitivement perçues, qui, provenant d'autres domaines de l'esprit, s'emparent, pour ainsi dire, de la pensée, et l'obligent à transformer dans leur sens les conceptions traditionnelles.

La question qui se pose maintenant est de savoir d'où provenait l'idée nouvelle qui s'est imposée à la conscience avec une puissance si élémentaire. Et d'où tirait-elle cette force, qui dominait tellement le conscient qu'elle le soustrayait aux impressions multiples d'un premier voyage aux Tropiques ? Il n'est pas aisé de répondre à ces questions ! Si nous appliquons nos conceptions à ce cas, notre explication devrait être celle-ci : *l'idée de l'énergie et de sa conservation doit être une idée originelle qui sommeille dans l'inconscient collectif*. Cette conclusion nous oblige naturellement à prouver qu'une telle image originelle existait véritablement dans l'histoire de l'esprit humain et qu'elle fit sentir son influence à travers des milliers d'années. De fait, cette preuve peut être réellement apportée sans difficultés particulières : *les religions les plus primitives, dans les contrées les plus diverses du globe, sont fondées sur cette image*. Ce sont les *religions dites dynamistes*, dont la pensée unique et déterminante consiste à affirmer l'existence d'une force magique partout présente et qui est comme le centre de toutes choses[1]. Taylor, le savant anglais bien connu, de même que Frazer ont commis le malentendu de prendre cette

---

[1] Robert Mayer : *Kleinere Schriften und Briefe*, Stuttgart, 1893, p. 213. *Brief an Wilhelm Griesinger*, 16 juin 1844.

[2] G. F. Helm, *Die Energetik nach ihrer geschilchtlichen Entwicklung*, Leipzig, 1898, p. 20.

[1] Cette force est appelée « mana ». Voir N. SOEDERBLOM, *Das Werden des Gottesglaubens*, Leipzig, 1916.

idée pour de l'animisme. En réalité, par leur représentation d'une force, les primitifs n'entendent point du tout des âmes ou des esprits, mais vraiment quelque chose que le savant américain Lovejoy[2] désigne de façon pertinente sous le nom de « primitive energetics ». Cette notion correspond à une représentation de l'âme, de l'esprit, de Dieu, de santé, de force physique, de fertilité, de magie, d'influence, de puissance, de considération, de médicament, ainsi que de certains états d'âme qui se caractérisent par le déclenchement d'affects. Chez certaines peuplades polynésiennes, « Mulungu » (c'est précisément le nom de cette conception de l'énergie qu'ont les primitifs) est esprit, âme, être démoniaque, magie, considération ; et s'il se produit quelque chose d'inattendu et qui fait sensation, ces Polynésiens crient « Mulungu ». Cette notion de force est aussi chez les primitifs la première figuration de la conception de Dieu. Cette image, au cours de l'histoire, s'est développée en des variations toujours nouvelles. Dans l'Ancien Testament, la force magique brûle dans le buisson ardent et illumine la figure de Moïse ; dans les Evangiles, elle pleut du ciel, incarnant le Saint-Esprit sous formes de langues de feu. Chez Héraclite, elle apparaît comme l'énergie de l'univers, comme un « feu éternellement vivant » ; chez les Perses, elle est la splendeur du feu de « l'haôma », de la grâce divine ; chez les stoïciens, on la retrouve dans la *chaleur originelle*, la force du destin. Dans les légendes du moyen âge, elle apparaît comme l'auréole, le nimbe de sainteté, et elle s'échappe, flamme rougeoyante, du toit de la chaumière dans laquelle le saint est en extase. Dans leurs visions, les saints voient le rayonnement de cette force comme un soleil, comme la plénitude de la lumière. D'après une conception ancienne, c'est l'âme elle-même qui est cette force. La notion de son immortalité comporte sa *conservation*, et dans la représentation bouddhique et primitive de la métempsycose (ou migration des

---

[2] Arthur O.LOVEJOE, *The Fondamental Concept of the Primitive Philosophy* in *The Monist*, vol. XVI, 1906, p. 361.

âmes) se trouve exprimée *son aptitude illimitée aux métamorphoses, jointes à sa conservation constante.*

Cette idée est donc inscrite depuis des temps immémoriaux dans le cerveau humain. C'est pourquoi elle se trouve disponible dans l'inconscient de chacun de nous. Il n'est besoin que de certaines conditions pour l'en faire surgir. Celles-ci, manifestement, étaient remplies chez Robert Mayer. »

2. Exemples de lagrangiens

« L'énergie sera toujours définie, dans un premier temps, comme une forme quadratique sur un espace de fonctions dépendant elles-mêmes de la vitesse ou du flux. L'*action* … sera l'intégrale au cours du temps d'une telle énergie : les fonctions que l'on vient de considérer doivent être supposées de carré intégrable ; elles forment, par définition, un espace de Hilbert.

La mécanique classique et la physique ne cessent de considérer des formes quadratiques qui se présentent sous une forme agréable, et sont appelées des *lagrangiens homogènes.*

Soit X(x) un vecteur « vitesse » d'origine x et dont la longueur dépend du point considéré. R désigne une matrice symétrique ($r_{ij} = r_{ji}$) et X'(x) le vecteur transposé du vecteur X(x).

L'expression

$$T(X(x)) = \frac{1}{2} X'(x)\, R\, X(x)$$

est appelé un lagrangien homogène. Il peut avoir l'une des significations suivantes :

Nombre T	*Vecteur* X	*Matrice* R
1. énergie cinétique	Vitesse	Masse d'inertie
2. énergie cinétique	Vitesse angulaire	Moment d'inertie
3. énergie de dissipation	Vitesse	Coefficient de frottement

4. énergie cinétique magné- tique 5. énergie de dissipation électrique 6. énergie de dissipation thermodynamique 7. densité d'énergie	Courant Courant Flux Champ de vecteurs forces électriques	Coefficient de self-induction Résistance électrique Résistance thermodynamique Constante diélectrique

En mécanique classique, l'expression L = T – U où T est un lagrangien homogène, U un potentiel, s'appelle un *lagrangien*.[2] »

3. Les équations d'Euler-Lagrange

Soit **S** = $\int_{t}^{t'} \mathrm{L}(\mathrm{q},\mathrm{q}')\,\mathrm{d}\tau$ l'action associée au lagrangien L(q, q'), où q(τ) est la position de la particule sur sa trajectoire. Une légère modification de cette trajectoire se traduirait par une légère modification correspondante de cette position, elle deviendrait q(τ) + δq(τ) : δq(τ) caractérise donc la *variation* de la trajectoire à la date τ. Notons que cette trajectoire doit passer, aux dates t et t', par les positions q(t) et q(t'), ce qui impose que :

$$\delta q(t) = \delta q(t') = 0.$$

q'(τ), de son côté, deviendrait q'(τ) + δq'(τ), où δq'(τ) = (δq(τ))' (cf la note 32). L'action serait alors $\int_{t}^{t'} \mathrm{L}(\mathrm{q}+\delta\mathrm{q},\mathrm{q}'+\delta\mathrm{q}')\,\mathrm{d}\tau$. Un développement du lagrangien, limité au premier ordre, donne la relation :

$$\mathrm{L}(q + \delta q, q' + \delta q') = \mathrm{L}(q, q') + \delta q\,\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial q}(q, q') + \delta q'\,\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial q'}(q, q').$$

[2] Extrait de [10], pages141-142.

Elle conduit à une variation de l'action :

$$\delta\mathbf{S} = \int_t^{t'} [\delta q \frac{\partial L}{\partial q}(q, q') + \delta q' \frac{\partial L}{\partial q'}(q, q')]d\tau$$

Compte tenu de la relation δq' = (δq)', le second terme de cette intégrale, intégré par partie, a pour valeur :

$$\int_t^{t'} (\delta q)' \frac{\partial L}{\partial q'}(q, q')\, d\tau = [\delta q(t') \frac{\partial L}{\partial q'}(q(t'), q'(t')) - [\delta q(t) \frac{\partial L}{\partial q'}(q(t), q'(t))] - \int_t^{t'} \delta q \frac{d}{d\tau}(\frac{\partial L}{\partial q_i'})d\tau .$$

Puisque δq(t) = δq(t') = 0, $\int_t^{t'} \delta q' \frac{\partial L}{\partial q'}(q, q')\, d\tau = -\int_t^{t'} \delta q \frac{d}{d\tau}(\frac{\partial L}{\partial q_i'})d\tau$.

Par suite :

$$\delta\mathbf{S} = \int_t^{t'} [\frac{\partial L}{\partial q}(q, q') - \frac{d}{d\tau}(\frac{\partial L}{\partial q_i'})]\ \delta q\, d\tau .$$

Selon le principe de Fermat-Maupertuis, une trajectoire physique rend minimale la dépense d'énergie pour accomplir le trajet. Si donc on la modifie de δq et qu'elle reste une trajectoire physique, la variation δS sera nulle. Cela impose que le terme entre crochet dans l'expression de δS soit nul ; d'où, dans chaque direction i du mouvement, la relation dite équation d'Euler-Lagrange :

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial q_i'}) = 0$$

4. <u>Les relations de réciprocité</u>

Du principe selon lequel le travail total accompli par une force F(s), lors d'un déplacement le long d'un chemin paramétré par *s* et joignant deux points *a* et *b,* est indépendant du chemin choisi, résulte que ce travail s'écrit U(*b*) – U(*a*) = $\int_a^b F(s).ds$ où U(*s*) est une fonction dite *potentiel*, du type de celles considérées par Gauss (cf la fin du paragraphe II.1.2), dont la valeur ne dépend donc que de la position spatiale *s*.

Considérons alors deux chemins c’ et c’’ joignant *a* et *b*, et désignons par U(*s’*) la valeur de la fonction potentielle en un point *s’* situé sur le chemin c’, par U(*s’’*) la valeur de la fonction potentielle en un point *s’’* situé sur le chemin c’’.

Par le principe précédent,

$$U(b) - U(a) = \int_a^b F'(s').ds' = \int_a^b F''(s'').ds''$$

où F’(*s’*), respectivement F’’(*s’’*), est la force le long du chemin c’, respectivement c’’.

Perturbons le potentiel donné de sorte qu’il devient U + δU, avec pour propriétés :

$$\delta U(a) = \delta U(b) = 0,\ U(s') = U(s'') + \delta U(s''),\ U(s'') = U(s') + \delta U(s').$$

Avec ce nouveau potentiel U + δU, la force le long du chemin c’ devient F’’, celle le long du chemin c’’ devient F’, et l’on a alors :

$$\int_a^b F''(s').ds' = \int_a^b F'(s'').ds''$$ [3]

Un grand nombre de lois dites de réciprocité, (celle de Lars Onsager (1903-1976) en physico-chimie, de Tellegen pour les réseaux électriques, …) ne sont que des variantes de cette égalité et donc du principe précité, où l’on considère des puissances (quantités de travail par unité de temps) et non des travaux.

5. Extrait du traité de *Thermodynamique* de Poincaré [51] :

[3] J’ai donné cette propriété élémentaire en 1981, dans un cours de DEA fait auprès de physiciens : Chapitre IV (Contraintes globales, systèmes conservatifs et bifurcations) in *Système, Développement, Mémoire*, Publ. Math. Paris 12, ISSN 0761-3059/01.

« **48. Dernières idées de Sadi Carnot**. – Déjà, dans les dernières pages du mémoire dont nous venons d'esquisser les principales lignes, Carnot conçoit des doutes sur la légitimité de la conservation du calorique.

Parmi les raisons qui l'ont amené à ce doute les expériences de Rumford et de Davy sur le frottement tiennent probablement le premier rang. Mais des raisons d'une autre nature semblent aussi avoir contribué à ce changement d'idées.

A cette époque la discussion entre les partisans de la théorie de l'émission et les partisans de la théorie des ondulations de la lumière était à sa période aiguë et les arguments de ces derniers commençaient à avoir une portée décisive pour le triomphe de la théorie qu'ils soutenaient. La lumière paraissait donc déjà devoir être considérée comme une manifestation du mouvement moléculaire. D'autre part, des expériences récentes montraient l'identité de la lumière et de la chaleur rayonnante ; cette dernière devait donc également provenir d'un mouvement. Il devenait dès lors naturel de considérer l'état thermique d'un corps comme résultant du mouvement de ses molécules matérielles et de voir dans la chaleur une transformation des mouvements sensibles. D'ailleurs cette hypothèse n'était pas nouvelle ; elle avait été introduite deux siècles auparavant, mais sans aucune raison scientifique, par François Bacon, puis par Boyle, puis reprise plus tard par Euler. La théorie de Fresnel n'apportait donc, en réalité, qu'une confirmation partielle d'une hypothèse déjà ancienne.

49. Quoi qu'il en soit, quelque temps avant sa mort prématurée, Carnot possédait sur la chaleur des idées tout à fait conformes à nos idées actuelles. Il les consigna dans des Notes manuscrites qui restèrent ignorées jusqu'en 1871 ; leur lecture ne laisse aucun doute sur l'importance des progrès qui seraient résultés d'une publication plus hâtive.

Nous y trouvons en effet :

« La chaleur n'est autre chose que la puissance motrice, ou plutôt le mouvement qui a changé de forme. C'est un mouvement dans les particules du corps. Partout où il y a destruction de force motrice, il y a en même temps production de chaleur en quantité précisément proportionnelle à la quantité de puissance motrice détruite. Réciproquement : partout où il y a destruction de chaleur, il y a destruction de puissance motrice », et « l'on, peut poser en thèse générale que la puissance motrice est en quantité invariable dans la nature ; qu'elle n'est jamais, à proprement parler, produite ou détruite. A la vérité, elle change de forme, c'est-à-dire qu'elle produit tantôt un genre de mouvement, tantôt un autre, mais elle n'est jamais anéantie . »

Pouvait-on exprimer de manière plus claire et plus précise le principe de la conservation de l'énergie ?

Carnot donne le même nombre exprimant le nombre d'unités de chaleur correspondant à l'unité de puissance motrice : la production de I unité de puissance (1000^{kg} élevés à I^{m})nécessite la destruction de 2, 70 unités de chaleur. De ces nombres on déduit 370 pour l'équivalent mécanique de la chaleur.

Carnot ne dit pas comment il est parvenu au nombre qu'il indique pour l'équivalent calorifique de la puissance motrice. Il est cependant probable qu'il l'a déduite des chaleurs spécifiques des gaz. Si l'on fait le calcul en prenant pour C et c les valeurs admises à l'époque, on trouve en effet le nombre de Carnot. C'est aussi ce même nombre que Mayer obtient 15 ans plus tard par cette méthode. »

On rapprochera ce texte de Poincaré de celui de la seconde conférence de Tait [54] qui, à propos du lien entre chaleur et mouvement, évoque Bacon mais aussi Locke, et, en termes plus précis, Rumford et Davy qui en 1812 écrit: « La cause immédiate du phénomène de la chaleur est un mouvement, ... »

APPENDICE III

1. Voici d'abord un exemple très élémentaire où l'on déduit aisément des invariants physiques à partir de la connaissance du lagrangien. Considérez d'abord l'ensemble des nombres réels comme représentant les diverses occurrences du temps, il a la structure de groupe : à tout nombre positif t est associé son symétrique négatif – t. Ce groupe peut être vu comme celui des translations temporelles qui conduisent de la date 0 à la date t, que celle-ci soit antérieure ou postérieure à la date d'origine 0. Dire que le lagrangien L est invariant par une telle translation revient à écrire que la dérivée de ce lagrangien par rapport au temps est nulle : l'énergie lagrangienne est donc conservée au cours du temps. De leur côté, les translations dans l'espace forment également un groupe, et l'on peut également supposer que le lagrangien est invariant par rapport à une translation dans l'espace, de sorte que, dans le cas d'une seule variable d'espace q, $\frac{dL}{dq} = F = 0$, et, puisque $F = \frac{d}{dt}(p)$, l'impulsion p reste constante au cours du temps et donc également par translation spatiale.

2. Un énoncé moderne du théorème est le suivant[4]:

« Soit une symétrie infinitésimale de l'action $S = \int L(x,\ u(x),\ du(x))dx$ opérant sur l'espace des positions (x généralise le temps t, il appartient à un ouvert W de $\mathbf{R}^m$, u (x) désigne maintenant le vecteur des $q_i(t)$ (i variant de 1 à n), $u : W \rightarrow \mathbf{R}^n$ est donc une application de l'ouvert temporel généralisé W dans l'espace à n dimensions des positions, du(x) généralise les $q'_i(t)$; U(u(x)) est un vecteur en u(x) défini par l'action locale du groupe des transformations infinitésimales sur $\mathbf{R}^n$ laissant S invariant). Soit u un point critique de S (i.e. une

[4] Cf Frédéric Hélein *Constant Mean Curvature Surfaces, Harmonic Maps and Integrable Systems*, Birhäuser, Basel, 2001.

valeur de u qui rend S extrémal) : alors est nulle la divergence du champ de vecteurs J sur W de composantes :

$$J^k(x) = \sum_{1\leq i \leq n} U^i(u(x)) \frac{\partial L}{\partial u^i_k}(x, u(x), du(x))$$

$$0 = \mathrm{Div}\, J = \sum_{1\leq k \leq m} \frac{\partial J^k}{\partial x^k} .»$$

Lorsque le groupe de transformations opère sur W à travers le champ de vecteurs X, l'expression de $J^k(x)$ devient :

$$J^k(x) = \sum_{1\leq i \leq n} \sum_{1\leq j \leq m} X^j(x) \frac{\partial u^i}{\partial x^j} \frac{\partial L}{\partial u^i_k}(x, u(x), du(x)) - X^k(x)\, L(x, u(x), du(x))dx$$

Un théorème d'invariance bien antérieur, qui se place dans le même esprit que les théorèmes de Noether, a été introduit par Liouville. Il énonce que la divergence Dg du champ géodésique g sur le fibré tangent TM d'une variété différentiable M est nulle, en d'autres termes que le flot géodésique, auquel est associé un groupe local de difféomorphismes G, conserve la forme volume. Tout comme l'obtention des trajectoires d'un système hamiltonien, celle des géodésiques provient de la résolution d'un problème variationnel. Les théorèmes de Noether et de Liouville appartiennent donc à une même famille plus générale de problèmes. De fait, le résultat de Liouville peut s'obtenir directement à partir de l'action $\int \mathbf{L} d\tau$ du lagrangien classique réduit à $L = ½\, x'^2$ où x désigne ici la variable d'espace, la position du mobile dans M.

Les extensions récentes se placent naturellement dans le cadre des espaces de jets au-dessus de la variété des états, munie d'une connexion adéquate. Mais c'est en fait le fibré des k-formes sectorielles[5] au-dessus de cette variété qu'il faudrait prendre en considération pour obtenir la meilleure généralisation. Sur le fond mathématique, ces extensions n'apportent rien de neuf.

---

[5] J. Enrico WHITE *The Method of Iterated Tangents with Applications in Local Riemannian Geometry*, Pitman, Boston.London.Melbourne, 1982.

Par ailleurs G étant donné, et ayant une signification physique bien établie, on peut s'interroger sur la possibilité de procéder à des extensions de G qui soient pertinentes sur le plan physique.

Supposons donné un groupe G dont un élément générique g dépende des valeurs d'une fonction f continue et dérivable jusqu'à l'ordre k. Pour simplifier, f ne dépend que du paramètre unidimensionnel s.

Naturellement, on pourra introduire des raffinements : par exemple, on peut associer à un élément g du groupe une mesure « quantique » de présence par l'intermédiaire de la fonction f(s) ; tant que toute perturbation de s et de f , pouvant affecter une ou plusieurs dérivées de f, maintient cette mesure au-delà d'une certaine valeur, du même ordre de grandeur par exemple que celle de la longueur de Planck soit 10^{-33}, on considèrera que g existe ; l'objet sera alors peut-être vu comme stable par rapport à un certain difféomorphisme affectant les espaces des f et de s. Ces notions doivent être traités dans le cas d'exemples précis.

Une autre remarque : plaçons-nous dans le cas particulier où un objet dans un état s est représenté par une fonction dépendant de paramètres $x_i(s)$ liés à l'état de s. Pour simplifier, supposons de l'objet soit représenté par une fonction polynomiale p(x) qui, pour l'état s de l'objet, prend la valeur a : l'équation p(x) = a possède des solutions caractérisées par le groupe de permutation des racines de l'équation p(x) – a = 0. Si p n'est pas un polynôme mais une fonction, on peut toujours approcher celle-ci d'aussi près que l'on veut par un polynôme (selon le théorème classique de Stone-Weierstrass). Si donc un objet est représenté par une fonction mathématique, il est toujours possible d'associer une famille de groupes liés à son état. On peut alors s'interroger sur la signification physique de ces groupes : dans quelle mesure sont-ils le reflet de l'équilibre interne de l'objet, de sa stabilité ?

Il peut y avoir stabilité d'un état, il peut y avoir également stabilité du comportement. Un comportement peut se représenter par une fonction (qui possède donc un groupe de symétries internes), voire par une famille de fonctions, un opérateur, la question préalable étant celle de la définition de l'objet d'étude. Du point de vue symbolique, le mode de traitement est très voisin que la variable q désigne un état, une fonction u ou un opérateur $\mathcal{H}$.

Si beaucoup de progrès ont été réalisés, deux questions importantes restent encore insuffisamment étudiées :

- celle de l'effet stabilisateur et associatif des résonances,
- celle de l'effet, comme l'indique un théorème de Smale, déstabilisateur et disruptif des couplages entre systèmes dynamiques.

BIBLIOGRAPHIE
Avant –propos et
Chapitres I & II

[1] ANAXIMANDRE in G. COLLI *La Sagesse grecque*, II, L'éclat, Paris, 1991.

[2] ARCHIMEDE *De l'équilibre des plans ou centres de gravité de plans*, in *Les œuvres complètes d'Archimède*, tome 1, Vaillant-Carmanne, Liège, 1960.

[3] ARISTOTE *La Métaphysique*, Vrin, Paris, 1966.

[4] ARISTOTE *Organon*, Vrin, Paris, 1969.

[5] ARISTOTE *Physique*, Flammarion, Paris, 2000.

[6] ARISTOTE *Physique et Métaphysique*, PUF, Paris, 1966.

[7] Jean BERNOULLI *Die Briefwechsel von Johann Bernoulli*, Band II, Birkauser Verlag, Basel, 1955.

[8] Jean BERNOULLI *Propositiones variae mechanico-dynamicae* (1726), in *Opera Omnia*, 1742, t. 4, N° CLXXVII, Georg Olms, Hildersheim, 1968.

[9] Daniel BERNOULLI *Die Werke von Daniel Bernoulli*, Band 3, Mechanik, David Speiser Ed., Birkhauser, 1987.

[10] Claude-Paul BRUTER *Les Architectures du Feu, Considérations sur les Modèles*, Flammarion, Paris, 1982.

[11] Claude-Paul BRUTER *Topologie et Perception, tome 1, Bases Philosophiques et Mathématiques*, 2ème édition, Maloine, Paris, 1985.

[12] Claude-Paul BRUTER *Interaction between conservative and gradient-like systems*, Hadronic Journal, 5, 1982, 1748-1753 et *Sur la décomposition des champs de vecteurs*, Publ. Mathématiques, Univ. Paris 12, 1982 (ISSN : 0762-0012/03).

[13] Claude-Paul BRUTER *Comprendre les Mathématiques,* Odile Jacob, Paris 1996.

[14] Georges-Louis BUFFON *De l'Homme*, François Maspéro, Paris, 1971.

[15] Lazare CARNOT *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul infinitésimal* (1797), Blanchard, Paris, 19.

[16] Sadi CARNOT *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance*, Paris, Bachelier, 1824, et Paris, Blanchard, 1953.

[17] Guy CHANFRAY–Gérard SMADJA *Les particules et leurs symétries*, Masson, Paris 1997.

[18] Boris DOUBROVINE–Sergei NOVIKOV–Anatolij FOMENKO *Géométrie contemporaine*, 2 vol., Editions Mir, Moscou, 1982.

[19] Pierre DUHEM *La théorie physique, son objet, sa structure* Paris, 1906 et Marcel Rivière & Cie, 1914, ainsi que :
http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/philo/textesph/Duhem_theorie_physique.pdf -

[20] Pierre DUHEM *L'Aube du Savoir*, Hermann, Paris, 1977.

[21] Pierre DUHEM *Traité d'Energétique ou de thermodynamique générale*, 2 vol., Gauthier-Villars, 1911, et Jacques Gabay, Paris, 1977.

[22] Albert EINSTEIN *La théorie de la relativité restreinte et générale, exposé élementaire*, Gauthier-Villars, Paris, 1976.

[23] Albert EINSTEIN *Réflexions sur l'électrodynamique, l'éther, la géométrie et la relativité*, Gauthier-Villars, Paris, 1972.

[24] Michel FICHANT *La réforme de la dynamique*, Vrin, Paris,1994.

[25] Wilton FILHO *La Mécanique de Lagrange*, Editions Karthala, Paris, 1994.

[26] Gallileo GALILEI *Dialogues Concerning the two New Sciences* (*Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno à due nuoue Scienze attenenti alla Mecanica & i Movimenti Locali*, Leida, 1638), Dover, New York, 1954.

[27] Galileo GALILEI *Dialogues sur les deux grands Systèmes du Monde*, Paris, Seuil, 1992 (*Dialogue Dans lequel, lors de rencontres pendant quatre journées, on discoure des deux plvs grands systèmes dv monde Ptoléméen et Copernicien*, Florence, 1632).

[28] Carl Friedrich GAUSS *Allgemeine theorie des erdmagnetismus*, 1838, in C.F. Gauss *Werke*, Fünfter Band, Göttingen, 1877, p.119.

[29] Carl Friedrich GAUSS *Allgemeine Lehrsätze...*, 1840, in C.F. Gauss *Werke*, Fünfter Band, Göttingen, 1877, p.195.

[30] Hermann GRASSMANN *Lineale Ausdehnungslehre*, 1844 (1e édition), et 1862, dernière édition, traduite par L.C. Kannenberg *Extension Theory*, Am. Math. Soc. , 2000.

[31] William Ronald HAMILTON *The Mathematical Papers of Sir R.W. Hamilton,* vol. II, Cambridge University Press, 1940.

[32] Thomas HEATH *Mathematics in Aristotle*, Thoemmes Press, Bristol, 1998.

[33] Hermann von HELMHOLTZ *Ueber die Erhaltung der Kraft*, Berlin, 1847 (*Mémoire sur la conservation de la force*, Paris, 1869).

[34] Chritiaan HUYGHENS *De Motu corporum ex percussione*, in *Oeuvres Complètes*, Société hollandaise des Sciences, La Haye, 1888-1950, tome XVI.

[35] Chritiaan HUYGHENS *Extrait d'une lettre deM. Huyghens à l'Auteur du Journal et Règles du mouvement dans la rencontre des corps*, in *Journal des Sçavants*, Lundi 18 Mars 1969 , in *Oeuvres Complètes*, Société hollandaise des Sciences, La Haye, 1888-1950, tome VI, p. 384-385, et tome XVI, p.179-181.

[36] James Prescott JOULE *On the existence of an equivalent relation between heat and the ordinary forms of mechanical power*, in Phil. Magazine, XXVII, 205.

[37] Carl Gustav JUNG *Psychologie de l'Inconscient,* Le Livre de Poche, Paris, 2005.

[38] Emmanuel KANT *Premiers Principes Métaphysiques de la Science de la Nature*, Vrin, Paris , 1971.

[39] Joseph-Louis LAGRANGE *Mécanique Analytique*, Chez la Veuve Desaint, Paris, 1788, nouvelle édition, Paris, 1888.

[40] Pierre Simon de LAPLACE *Exposition du Système du Monde* 1796, Œuvres, Imprimerie Royale, t .6 1846.

[41] Gottfried Wilhelm LEIBNIZ *Leibnizens mathematische Schfriten*, t.6, Schmidt, Halle, 1860.

[42] Gottfried Wilhelm LEIBNIZ *Opuscules philosophiques choisis* (traduits par P. Schrecker), Vrin, Paris, 1969.

[43] Gottfried Wilhelm LEIBNIZ *Philosophical Texts* (traduits par R. Francks et R.S. Woolhouse), Oxford University Press, 1998.

[44] Jacqueline LUBET–Bernard POURPRIX *L'Aube de la Physique de l'Energie, Helmholtz rénovateur de la dynamique* Vuibert-Adapt, Paris, 2004

[45] Ernst MACH *Die Mechanik in ihrer Entwiklung* (paru en français sous le titre *La mécanique, exposé historique et critique de son développement*

[46] Julius Robert von MAYER Bemerkungen über die Kräfte des Undelebten Natur, *Annalen of Wöhler & Leibig*, ***43***, 233, 1842 (Remarques sur les Forces de la Nature Inorganique, *Annales de Chimie et de Pharmacie*).

[47] Julius Robert von MAYER *Schriftten und Brieffe*, Verlag der J.G. Cotta'schen Buchhandlung Nachfolge, Stuggart, 1893.

[48] Isaac NEWTON *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687) University of California Press, Berkely, 1960.

[49] Wilhelm OSTWALD *Energie*, par Internet, aux éditions éditions Vigdor, Paris, 2003.

[50] PLATON *Phèdre*, Œuvres complètes, Gallimard, Paris, 1943-1950.

[51] Henri POINCARE *Thermodynamique* Gauthier-Villars, Paris, 1906 (2^{e} édition) et Jacques Gabay, Paris, 1995.

[52] William RANKINE *On the reconstruction of the mechanical energy of the universe*, *Philosophical Magazine*

[53] William RANKINE *On the General Law of the Transformation of Energy*

[54] William RANKINE *Outlines of the Science of Energetics*

[55] Peter Guthrie TAIT *Lectures on some Recent Advances in Physical Science*, London : Macmillan (1st ed. 1876; 2nd ed. 1876; 3rd ed. 1885) (*Conférences sur*

quelques-uns des progrès récents de la physique, F. Fetscherin et Chuit, Paris, 1886).

[56] René THOM *Stabilité structurelle et morphogenèse*, Inter-éditions, Paris, 1984.

[57] William THOMSON Sir Lord Kelvin, *Mathematical and Physical Papers*, vol. 1, Cambridge University Press, 1882.

[58] William THOMSON–Peter Guthrie TAIT *Treatise on Natural Philosophy,* Cambridge University. Press, 2 vol., 1879.

[59] Jacques VIRET *Topologie et Psychologie*, à paraître.

BIBLIOGRAPHIE

CHAPITRE III

[1] George Biddell AIRY On a method of regulating the clock-work for equatoreals *Monthly notices of the Royal Astronomical Society*, 11 (1840) 249-267.

[2] Jean d'ALEMBERT *Opuscules mathématiques ou mémoires sur différents sujets de Géométrie, de Méchanique, d'Optique, d'Astronomie, &c.* Tome premier, MDCCLXI, chez David, rue et vis-à-vis la grille des Mathurins, avec approbation et privilège du Roi.

[3] Alexandre ANDRONOV – Lev PONTRJAGIN Systèmes grossiers, *Doklady* (1937) 14, 247-250.

[4] René BAIRE *Oeuvres Scientifiques*, Gauthier-Villars, Paris, 1990.

[5] Daniel BERNOULLI *Hydrodynamica sive de viribus et motibus fluidorum commentarii*, Joohannus Reinholdi Dulsekeri, Bâle, 1738.

[6] George David BIRKHOFF http://www.ams.org/online_bks/coll9/

——— *Dynamical systems*, Amer. Math. Soc., Providence, 1927.

[7] Georges BOULIGAND *Sur la stabilité des propositions mathématiques*, Acad. Roy. Belg. Bull. Cl. Sc. (5) 21 (1935), 277-282 et 776-779.

[8] Marcel BONVALET, *Phénomènes linéaires*, Masson, Paris, 1994.

[9] M.J. BOUSSINESQ *Conciliation du véritable déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale*, Gauthier-Villars, Paris, 1878.

[10] M.J. BOUSSINESQ *Etude sur divers points de la philosophie des sciences*, Gauthier-Villars, Paris, 1879.

[11] Claude Paul BRUTER, *Sur la nature des mathématiques*, Gauthier-Villars, Paris 1973

[12] Claude Paul BRUTER Bifurcation : un concept interdisciplinaire, *Actes du 114° congrès national des sociétés savantes*, Editions du CTHS, Paris, 1992, p. 59-71.

[13] Claude Paul BRUTER La notion de singularité et ses applications, *Revue Inter. de Systémique*, vol 4, n°3 (1889) p. 437-458.

[14] Claude Paul BRUTER, Bifurcation and continuity, in *Dynamical systems, a renewal of mechanism* (S. Diner, D. Fargue, G. Lochak Ed.) World Scientific, Singapore, 1986, p. 70-74.

[15] Claude Paul BRUTER Les formes du continu, in *De la Science à la Philosophie* (M. Espinoza Ed.) L'Harmattan, Paris, 2001, p. 61-78.

[16] Claude Paul BRUTER, *Topologie et Perception* (3 vol.) t.1 1974-1985, t.2 1976, t.3 1986, Maloine, Paris.

[17] Claude Paul BRUTER Eléments pour une biologie théorique, in L. Boi (Ed.) *Symétrie, brisures de symétries et complexité ne mathématiques, physique et biologie*, Peter Lang , Bern-… , 2005, pp. 223-247.

[19] Arthur CAYLEY *On linear transformations*, Cambridge & Dublin Math. Journal, 1(1846) 104-122, in The collected mathematical papers of Arthur Cayley

[20] Sujoy CHAKRABORTY – Munibur Rahman CHOWDHURY Arthur Cayley and the Abstract Group Concept, *Mathematical Magazine*, **78**, 4, 2005, 269-282.

[21] William Kingdom CLIFFORD in J.C. Maxwell On reciprocal diagrams in space and their relation to Airy’s function of stress, *Proc. London Math. Soc.* 2 (1886-1869) 60-61.

[22] Pierre DUHEM *Traité d’Energétique ou de thermodynamique générale*, 2 vol., Gauthier-Villars, 1911, et Jacques Gabay, Paris, 1977.

[23] Galileo GALILEI Dialogues sur les deux grands Systèmes du Monde, Paris, Seuil, 1992 (Dialogue Dans lequel, lors de rencontres pendant quatre journées, on discoure des deux plvs grands systèmes dv monde Ptoléméen et Copernicien, Florence, 1632).

[24] HELMHOLTZ Ueber die Tatsache welche der Geometrie zu Grunde legen 1868

[25] Eberhard HOPF Abzweigung einer periodischen Losung von einer stationären Losung eines Differential-systems, *Ber. Math. Phys. Kl. Sächs. Acad. Wiss. Leipzig,* 94 (1942) 1-22.

[26] Adolf HURWITZ Ueber die Bedingungen unter welchen eine Gleichung nur Wurzeln mit negativen rellen Theilen besitzt , *Mathematische Annalen* 46 (1895) 273-284.

[27] N. E. JOUKOVSKY *Sur la stabilité du mouvement*, Mémoires Scientifiques de l'Université Impériale de Moscou (section physico-mathématique), Moscou, 1882.

[28] Felix KLEIN *Le programme d’Erlangen*, Gauthiers-Villars, Paris, 1974.

[29] Yvette KOSMAN-SCHWARZBACH *Les théorèmes de Noether, Invariance et lois de conservation au XX^{e} siècle*, Les Éditions de l’École Polytechnique, Palaiseau, 2004.

[30] Joseph-Louis LAGRANGE *Mécanique Analytique*, Chez la Veuve Desaint, Paris, 1788, nouvelle édition, Paris, 1888.

[31] Pierre Simon de LAPLACE *Exposition du Système du Monde* 1796, Œuvres, Imprimerie Royale, t .6 1846, et *Œuvres complètes de Laplace*, Gauthier-Villars, Paris (dernier tome, XIV, MCMXII).

[32] Gottfried Wilhelm LEIBNIZ *Opuscules philosophiques choisis* (traduits par P. Schrecker), Vrin, Paris, 1969.

[33] Alexandre LIAPOUNOFF *Problème général de la stabilité du mouvement*, Annales de la faculté de Toulouse, deuxième série, Tome IX, 1907, (Editions Jacques Gabay, Paris, 1988)
(http://archive.numdam.org/ARCHIVE/AFST/AFST_1907_2_9_/AFST_1907_2_9__203_0/AFST_1907_2_9__203_0.pdf)

[34] James Clerk MAXWELL On the stability of motion of Saturn's rings, *Scientific papers of J.C. Maxwell*, Dover, New York, 1890, t.1, 288-376.

[35] James Clerk MAXWELL On governors, *Proc. Royal Soc. of London*, 16 (1868) 270-283.

[36] John MAY Stable algebraic topology 1945-1966, in *History of Topology* (I.M. James ed.) North Holland-Elsevier, Amsterdam, 1999.

[37] Emmy NOETHER Invariante Variationsprobleme *Göttinger Nachrichten* (1918) 235-257 et *Gesammelte Abhandlungen/ Collected papers* (N. Jacobson ed.), Springer-verlag, Heidelberg, 1983.

[38] Henri POINCARÉ Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique. *Acta Math.* 13 (1890), 1-270.

[39] Henri POINCARÉ Sur les courbes définies par des équations différentielles, *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, 4e série, t.1, (1885) 167-244.

[40] Henri POINCARÉ Sur l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation, *Acta Math.* t. VII, (1885), p.259-380.

[41] H. POINCARE, *Science et méthode* Flammarion, Paris, 1908 et Editions Kimé, Paris, 2000.

[42] Siméon Denis POISSON Mémoire sur les équations générales de l'équilibre des corps solides élastiques et des fluides, *Journal de l'Ecole Polytechnique*, 20e Cahier, 13 (1831) 1-174.

[43] Edward J .ROUTH *A treatise on the stability of a given state of motion* Macmillan London, 1877.

[44] David RUELLE –Floris TAKENS On the nature of turbulence, *Comm. Math. Phys.*, 20 (1981)167-192 ; 23, 343-344.

[45] Stephen SMALE 1966. Structurally stable systems are not dense, *American Journal of Mathematics* **88**, 491–496.

[46] Baruch SPINOZA *Ethique*, Garnier-Flammarion, Paris, 1965.

[47] William THOMSON–Peter Guthrie TAIT *Treatise on Natural Philosophy,* Cambridge University. Press, 2 vol., 1879.

[48] Balthasar VAN DER POL Forced oscillations in a circuit with nonlinear resistance (receptance with reactive triode), *Phil. Mag.*, 3, 65-80.

[49] Balthasar VAN DER POL- J.VAN DER MARK The Heartbeat considered as a Relaxation oscillation, and an Electrical Model of the Heart, *Phil. Mag. Suppl*. 6, (1928) pp 763--775

[50] Léonard De VINCI *Le Traité de la Peinture*, Jean de Bonnot, Paris, 1977.

BIBLIOGRAPHIE

Chapitre IV

Les Penseurs Grecs avant Socrate, De Thalès de Milet à Prodicos, Garnier, Paris, 1964

C.P. BRUTER : [IC] *De l'intuition à la controverse*, Blanchard, Paris, 1982

[AC] *Les Architectures du Feu, Considérations sur les Modèles dans le Sciences*, Flammarion, Paris 1982

[TP] *Topologie et Perception*, 3 vol., Maloine-Doin, Paris, (1974 & 1985 pour le vol. 1, respectivement 1976 et 1986 pour les vol. 2 et 3)

[NM] *Sur la Nature des Mathématiques*, Gauthier-Villars, Paris, 1973

[PE] Quand le peintre s'approprie l'espace, *Tangente*, Hors Série n° 23, M 05446, pp 24-27, 2005

DESCARTES   *Œuvres philosophiques*, Garnier, Paris, 1963

PLATON :

Chez Garnier-Flammarion : LE BANQUET – PHÈDRE, LA RÉPUBLIQUE, SECOND ALCIBIADE – HIPPIAS MINEUR – PREMIE ALCIBIADE –EUTHYPHRON – LACHÈS – CHARMIDE – LYSIS – HIPPIAS MAJEUR – ION, PROTAGORAS – EUTHYDÈME – GORGIAS – MÉNEXÈNE – MÉNON – CRATYLE, THÉÉTÈTE – PARMÉNIDE, SOPHSITE – POLITIQUE – PHILÈBE – TIMÉE – CRITIAS

Chez GF Flammarion : GORGIAS, LACHÈS – EUTHYPHRON

Chez la Société d'édition « Les belles lettres » : LES LOIS (XI-XII) – EPINOMIS

Chez Gallimard, Bibliothèque de la Pléiade : ŒUVRES COMPLÈTES

Chez Princeton University Press : Collected Dialogues (E. Hamilton &H. Cairns Ed.) V^th Printing, 1969.

INDEX DES NOMS PROPRES[6]

[6] Ne figurent pas dans cette liste les noms propres présents dans les notes de bas de page.

GRASSMANN Hermann (1809-1877)
GREEN George (1793-1841)

HADAMARD Jacques (1865-1963)
HAMILTON William Ronald (1805-1865)
HAÜY René Just (1743-1822)
HELMHOLTZ Hermann von (1821-1894)
HÉRACLITE (576-480)
HILBERT David (1862-1943)
HIPPARQUE (190-120)
HOPF Eberhard (1902-1983)
HURWITZ Adolf (1859-1919)
HUYGHE René (1906-1997)
HUYGHENS Christiaan (1629-1695)

JACOBI Gustav (1804-1851)
JOULE James Prescott (1818–1889)
JUNG Carl Gustav (1875-1961)

KANT Emmanuel (1724-1804)
KLEIN Félix (1849-1925)
KOLMOGOROV Andreï (1903-1987)
KRONECKER Leopold (1823-1891)

LAGRANGE Joseph-Louis (1736-1813)
LAPLACE Pierre Simon de (1749-1827)
LAVOISIER Antoine Laurent (1743-1794)
LEFSCHETZ Solomon (1884-1972)
LEGENDRE Adrien-Marie (1752-1834)
LEIBNIZ Gottfried Wilhelm (1646-1716)
LIAPOUNOFF Alexandre (1857-1918)
LIENARD Alfred-Marie (1869-1958)
LIOUVILLE Joseph (1809-1882)
LORENTZ Hendrik Antoon (1853-1928)
LORENZ Edward (1917-)

MARX Karl (1818-1883)
MAXWELL James Clerk (1831-1879)
MAYER Julius Robert von (1814-1878)
MÖBIUS August (1790-1868)
MORSE Marston (1892-1977)

NEWTON Isaac (1643-1727)
NOETHER Emmy(1882-1935)

ORESME Nicolas (1320-1382)
OSTROGRADKSY Mikhail (1801-1862)
OSTWALD Wilhelm (1853-1932)

PERRON Oskar (1880-1975)
PERROUX François (1903-1987)
PICASSO Pablo (1881-1973)
PLATON (427-347)
POINCARE Henri (1854-1912)
POISSON Siméon Denis (1781-1840)
PONCELET Victor (1788-1867).
PONTRJAGIN Lev (1908-1988)
PUISEUX Victor (1820-1883)

RANKINE William (1820-1872)
RIEMANN Bernhard (1826-1866)
ROUTH Edward John (1831-1917)
RUELLE David (1935-)
RUSSEL Bertrand (1872-1970)

SAINT-VENANT Armand de (1797-1886)
SMALE Stephen (1930-)
SPINOZA Baruch (1632-1677)
STOKES George Gabriel (1819-1903)

TAIT Peter Guthrie (1831-1901)
TAKENS Floris (1940-)
THALÈS (625-547)
THOM René (1923-2002)
THOMSON William Lord Kelvin of Largs (1824-1907)
TOYNBEE Arnold J. (1889-1975)

VAN DER POL Balthasar (1889-1959)
VARIGNON Pierre (1654-1722)
VIETE François (1540-1603)
VINCI Leonardo da (1452-1519)
VIRET Jacques (1945-)