

Chapitre IV

FORCE ET ENERGIE

IV.1 Le regard local : la force

L'homme a probablement toujours eu une intuition globale du monde mise en balance avec une appréhension locale des phénomènes. Cependant, la primauté historique appartient à cette dernière. La raison en est toute simple : pour assurer sa pérennité, l'individu devait avant tout développer une capacité de sensibilité au monde extérieur, d'analyse des multiples phénomènes locaux qui adviennent à son entour et dont les effets peuvent être bénéfiques, il faut alors en tirer parti, ou maléfiques, il faut alors y prendre garde. Dans les religions primitives, le global est représenté un dieu, mais ce global présente encore un caractère local car ce dieu n'est pas universel, mais associé à une fonction particulière, à un effet local. Dans le domaine des sciences, c'est toujours l'exemple particulier, le local, qui sert d'appât, de motivation, de point de départ à l'étude du cas général : par exemple, les mathématiciens ont entrepris de résoudre des équations polynomiales d'abord dans les cas élémentaires, équations du premier degré dans l'ensemble \mathbf{Z} des entiers, dans celui \mathbf{Q} des rationnels, voire dans l'ensemble $\mathbf{Z}/p\mathbf{Z}$ des entiers modulo p , etc, avant de s'attaquer aux cas plus généraux ; ainsi, dans le domaine de la physique qui va nous occuper, la balance puis le levier ont été les premiers outils d'étude du mécanisme général de l'équilibre.

La notion de force permet de conceptualiser des effets locaux et variés. Une fois, qu'avec assez de précision, un type de force a pu être reconnu, on a pu songer à lui affecter une représentation symbolique adaptée à la traduction de

ses effets. La procédure a été relativement simple à mettre en œuvre dans le domaine physique : y sont présents des types de phénomènes particulièrement stables comme la gravitation, l'électromagnétisme, qui participent de manière universelle à la constitution de l'univers, et donc auxquels nous sommes sensibles à des degrés divers. L'observation et l'analyse de ces phénomènes au cours des siècles, la construction de procédés et d'appareils dits de mesure ont permis de bâtir les théories physiques de base que nous connaissons.

Se fondant d'abord sur l'analogie, on a cherché ensuite à assouplir et à élargir ces théories, à les déployer pour les rendre aptes à intégrer en leur sein des phénomènes qu'on n'avait pu encore prendre en compte.

Basées sur l'intuition, la sensibilité, l'expérimentation, la notion de force dans un sens général manque de précision ; on comprend d'Alembert qui souhaitait bâtir l'édifice de la mécanique sur la notion clairement définie de vitesse, et en éliminer la notion de force. De fait, les sciences ont progressé chaque fois qu'une notion devenait mesurable et représentable par des nombres. C'est le cas, par exemple, de la physico-chimie lorsqu'on est parvenu à évaluer des concentrations, des flux, des vitesses de réaction. Rappelons que les nombres forment un vaste ensemble symbolique doté de propriétés internes très riches et qu'on peut abondamment manipuler selon des règles strictes.

Il faut insister sur les rôles premiers et fondateurs des concepts, de la représentation théorique. Ces concepts sont ensuite décantés par l'expérience, rendus opératoires par la mesure. La théorie conceptuelle, souvent floue en ses débuts, acquiert petit à petit de la consistance et de la solidité en devenant déductive ; elle peut alors devenir une théorie appliquée apte à conforter les fondements théoriques, à apporter de nouveaux outils pratiques d'expérimentation. De nouvelles découvertes faites avec ces nouveaux outils peuvent conduire à dépasser la théorie initiale, à en fonder de plus pertinentes et de plus vaste ampleur.

Je reprendrai ici, à propos de la notion de force, quelques-unes des considérations qui figurent dans la première partie de *Topologie et Perception* [11]³⁵, consacrée à l'exposé de données premières en philosophie naturelle ; seront mis entre crochets d'éventuels nouveaux commentaires.

Définition : On dit qu'un objet O , localisé dans l'espace-temps, est soumis à une *force* f , si on peut observer, sur une durée brève, une modification dans la forme, la structure interne, la trajectoire de l'objet considéré. On appelle *champ de forces* la totalité des forces de même nature qui s'exercent dans l'espace-temps.

[La force n'est pas a priori unidimensionnelle. De la même façon, le temps se rapporte à un espace pluridimensionnel doté d'une métrique non uniforme. La question de la définition de la durée n'est pas tranchée quelle que soit l'éventualité.]

...

3. On observe ainsi une grande variété de champs de forces : gravifiques, électromagnétiques, nucléaires, morphogénétiques. Cet inventaire est loin d'être complet.

Ces exemples nous conduisent à énoncer le postulat suivant :

OBSERVATION PREMIÈRE 3 (OP 3) : *La Nature est tapissée d'objets appelés champs de forces.*

Précisons les propriétés de ces champs de forces. D'abord certaines forces sont plus puissantes que d'autres, bien que de même nature.

OBSERVATION PREMIÈRE 4 (OP 4) : *Les champs de forces sont hiérarchisés.*

L'origine, la nature de ces champs physiques ou morphogénétiques est un profond mystère. Ils agissent et se propagent on ne sait trop pourquoi. Nous avons parfois réussi à identifier certains champs de forces, à les différencier de leur totalité. Conceptuellement cependant, aucun progrès n'a été accompli depuis le jour où l'homme a perçu l'existence du Logos, de l'Ame, des Idées.

...

³⁵ Le contenu des trois tomes de l'ouvrage apportent un premier développement à ces considérations.

OBSERVATION PREMIÈRE 6 (OP 6) : *Les forces archétypales sont des forces de répulsion, de capture, d'annihilation.*

...

On peut imaginer un espace indifférencié de champs de forces, comme il existe un espace ambiant au départ indifférencié, et qui en serait en quelque sorte le dual. Au fur et à mesure que les objets se complexifient, l'espace des champs de forces se différencie. Nous sommes convaincu que ces faits seront un jour démontrés avec grande clarté. Pour renforcer leur importance, érigeons-les en observations premières.

OBSERVATION PREMIÈRE 13 (OP 13) : *Tout objet est source de champs de forces.*

OBSERVATION PREMIÈRE 14 (OP 14) : *Toute complexification permet de déployer de nouveaux champs de forces.*

...

Toutes les forces ne sont pas aussi simples à décrire que les forces archétypales mais elles en sont dérivées.

Ainsi les forces de pression sont issues des forces archétypales de répulsion et de capture. Le réveil exerce des forces de pression mécanique sur la couverture du livre qui le porte. Ces forces de pression sont la résultante des forces gravifiques de capture exercées par la terre sur le réveil, et sur le livre, et des forces de cohésion internes qui maintiennent en forme les alliages constituant les différentes parties mécaniques du réveil. Quand il sonne, cet objet exerce alors des forces de pression « acoustiques » sur le tympan. Les aiguilles du réveil produisent sur la rétine un effet optique parfois transformé en actes moteurs (prendre le réveil pour le mettre à l'heure, ou se lever brusquement pour partir).

Les forces de cohésion sont également dérivées des forces de capture et de répulsion. La force de cohésion est une caractéristique interne d'une foule, d'une tribu, d'une société. Une « foule » de molécules d'eau à l'état vapeur est moins cohérente qu'une foule de molécules d'eau à l'état liquide, ou de glace. La société des manchots est plus unie que celle des chats. A ces notions de cohésion sont liées les notions de diffusion et de pénétration. Il est plus difficile de pénétrer dans du fer que dans de l'eau, il est plus facile de mélanger deux gaz que deux liquides.

Notons combien il est difficile de définir avec précision l'ensemble des forces dont un objet est la source : tout dépend des qualités du récepteur susceptible de les déceler, de sa distance vis-à-vis de la source. Cependant,

THÉORÈME 1.7: *L'évolution des objets s'accompagne d'une perception et d'une connaissance accrue des divers champs de forces.*

...

OBSERVATION PREMIÈRE 16 (OP 16): *Les forces qui participent à la composition d'un objet ne peuvent dépasser un certain seuil.*

[Il s'agit ici moins d'une observation première que d'une remarque de bon sens de justification aisée]

...

Définition : Un objet est un ensemble de forces de valeurs finies, coordonnées entre elles par un système de régulation, de sorte que, livré à lui-même dans son substrat naturel, il présente des qualités observables de stabilité.

La question pratique est constamment posée de la détermination et de la représentation opérationnelle de ces forces. Dans le monde physique, ont été être évaluées jusqu'à présent trois types de données : a) les corporelles comme le nombre d'éléments, la densité, la masse, b) les données de transformations spatio-temporelles telles que les vitesses de propagation, les accélérations, et c) les données d'émissions liées à des transformation internes comme les fréquences, les intensités et taux de quantité corporelle émise, les occurrences et les vitesses de leur émission.

Le fossé paraît aujourd'hui difficilement franchissable qui sépare le monde physique de l'univers social. On a par exemple envie de dire que le tribun charismatique possède une force persuasive et attractive sur le bon peuple : celui-ci vient adhérer aux vues du tribun, s'attache à sa personne, peut être fasciné par elle. Le langage commun emploie également les termes de pouvoir, d'emprise pour nommer ce phénomène. Quels sont les facteurs physiques qui contribuent à lui donner sa place et son importance ? Comment définir le contenu sémantique du discours prononcé par le tribun, comment

définir, pour chaque élément pertinent et actif du discours, le système de la dynamique cérébrale du tribun qui, comme par résonance, va éveiller un comportement analogue dans le cerveau de l'auditeur, comment évaluer le degré de similitude entre les deux systèmes dynamiques par lequel on pourrait estimer la qualité de l'adhésion de l'auditeur à l'orateur ? Comment parvenir à représenter ces éléments d'appréciation par le nombre, et ceux-ci sont-ils pertinents ?

A peu près 2000 années séparent Aristote de Lagrange : les progrès que nous accomplissons dans la compréhension et dans la représentation du monde sont plutôt lents à l'échelle de notre quotidien, rapides à l'échelle des temps géologiques. Dans 2000 ans encore, l'humanité sera-t-elle parvenue à mieux appréhender ces questions, si ce n'est à leur apporter de bonnes réponses ?

IV. 2 La classification et la décomposition des forces

IV. 2.1 *L'aspect phénoménologique*

La classification des forces a-t-elle jamais été formellement abordée ? Leibniz en a fait une première tentative dans *Specimen Dynamicum* [43]. Si l'on se place du point de vue opératoire, le point de vue empirique a prévalu, tant l'analyse est difficile. On a fait appel, pour distinguer les forces, à deux critères principaux : le premier se rapporte aux données physiques et complexes à l'origine des forces, le second concerne leurs effets dynamiques. Autant le premier critère donne lieu à une description riche mais confuse, autant le second paraît simplet quoique efficace : on n'a pratiquement retenu alors que deux types de forces élémentaires, l'amour et la haine, l'attraction et la répulsion.

Pour aller plus loin dans l'établissement d'une typologie des forces, tenir compte d'un critère fonctionnel serait sans doute utile ; pour quelles raisons immédiates ou lointaines, pour atteindre quels objectifs à court ou à long terme,

une force se déploie-t-elle ? Elle n'est plus alors unidimensionnelle, elle n'est plus alors, en général, la simple résultante géométrique au sens classique de ses composantes. Quels sont alors les éléments de structure interne qui permettent, favorisent, ou restreignent ce déploiement ? On se retrouve ici face à un champ immense et inexploré d'observation et d'analyse.

La question qui se pose également est celle des propriétés des fonctions ou des classes de fonction qui seraient susceptibles de les représenter. Les premières tentatives de réponse qui ont été apportées, telles que celles que l'on va décrire, laissent le champ libre à l'imagination, confortée par l'observation.

IV. 2.2 *L'aspect formel*

Si les forces peuvent être représentées par des vecteurs, une classification opérée par la voie mathématique pourrait-elle apporter un nouvel éclairage qui se révélerait pertinent, utile dans la pratique ? La question vaut assurément d'être posée et étudiée.

Rappelons tout d'abord que l'introduction progressive de la notion d'espace vectoriel trouve son origine dans les diagrammes de composition des vitesses et des forces, ceux des vitesses remontant à l'époque d'Aristote, ceux des forces devenant explicites au début du XVIII^e siècle. La formalisation mathématique de ces diagrammes conduisant à la théorie des espaces vectoriels a été l'œuvre des mathématiciens du siècle suivant, G. Bellavitis (1803-1880) en 1835 (*Annali delle scienze del regno Lombardo-Veneto*, **5**, 244-259), A. Möbius (1790-1868) en 1843 (*Mechanik des Himmels*) et Hermann Grassmann³⁶ (1809-1877) (*Lineale Ausdehnungslehre* [30]) en 1844, suivi de A. de Saint-Venant (1797-1886) en 1845 (*Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, **21**, 620-625). Grassmann utilise le terme de « grandeur » qui peut être une force ou une vitesse.

³⁶ Grassmann lui-même donne ces références dans l'introduction à l'édition de son ouvrage faite en 1862.

Par ailleurs, en théorie des systèmes dynamiques, sont étudiées les propriétés des ensembles possibles de trajectoires que suivent les objets en mouvement – la traînée d'un avion matérialise par exemple sa trajectoire. En chaque point de l'espace à l'intérieur duquel se meut l'objet, est supposée connue sa vitesse. L'ensemble de ces vecteurs vitesses forme ce qu'on appelle un *champ de vecteurs* (vitesses) sur l'espace considéré. On établit que la donnée du vecteur vitesse, en chaque point de l'espace de parcours, ou encore la donnée du champ de vecteurs, permet de reconstituer l'ensemble des trajectoires.

Dans les années 1970, un mathématicien hollandais de grande qualité et qui a fréquemment séjourné à l'IHES, Floris Takens (1940-), a entrepris de classer ces champs différentiables par un procédé purement mathématique dit de stratification. Malheureusement, une telle classification en strates ne s'est avérée réalisable que pour les petites dimensions (inférieures à 5) de l'espace sur lequel opèrent ces champs. J'ai suggéré qu'on pourrait peut-être parvenir à établir une classification plus large et plus réaliste, en se fondant sur des critères mieux en rapport avec les propriétés du monde physique.

De fait, on peut montrer, globalement en dimension 2, localement en toute dimension [12], que tout champ de vecteurs différentiable est somme de deux champs particuliers, l'un de type conservatif, le second de type gradient ; en l'absence de singularités, l'énoncé général local s'étend globalement³⁷. Ces deux notions de champs ont été élaborées par les mathématiciens à partir de données du monde physique qu'ils ont généralisées. Un exemple de système dynamique de type conservatif est celui de la mécanique classique de Newton-Lagrange : l'énergie de l'objet qui se meut le long d'une trajectoire reste constante. Le comportement de particules électriquement chargées dans un champ

³⁷ On regarde d'abord ce qu'il advient le long de chaque trajectoire, puis ensuite sur une trajectoire infiniment proche de la précédente, puis sur un tube entourant la trajectoire initiale, etc.

électrostatique fournit un exemple de système dynamique gradient : le long de chaque trajectoire, le champ de forces électriques faiblit continûment.

Un tel énoncé, qui relève des mathématiques, n'implique en aucune façon que la réalité physique lui soit toujours conforme, c'est-à-dire, par exemple, qu'une force soit automatiquement la composée de deux forces des types précédents, parfaitement reconnaissables par l'expérience. Dans bien des cas hors de la simplicité physique, le complexe de forces qui opère se compose de forces de capture et de forces de répulsion ; un tel complexe pourra en certains cas porter le nom de *Morse-Smale*, être appelé en d'autres termes hyperbolique. On peut faire rentrer les champs de vecteurs précédents dans ce dernier cadre conceptuel.

IV.3 Le point de vue global : l'énergie

Nous avons déjà rencontré, par exemple avec Ostwald, des auteurs qui s'attachent à étendre le champ sémantique du concept d'énergie, quand bien même son usage opératoire serait encore souvent imprécis. Les sciences humaines ont tenté de s'approprier le concept³⁸, mais le chemin à parcourir est encore sans doute bien long pour parvenir à établir des théories dans ces domaines faisant appel de manière efficace aux concepts d'énergie et de force et débouchant sur des applications pratiques. Sous la plume du philosophe Henri Bergson (1859-1941) ou du psychologue Carl Jung, l'emploi de ces termes n'est suivi d'aucune déduction opératoire. Ainsi par exemple, en dehors de son titre, *L'énergie spirituelle*, recueil d'essais et de conférences publié en 1919, le mot énergie n'apparaît jamais dans le cours de cet ouvrage de Bergson. On ne saurait pourtant faire fi des intuitions de ces grands esprits.

³⁸ Voir, par exemple, l'ouvrage intéressant de C.G. Jung, *L'énergie psychique*, Geor & Cie, Genève, 1973.

René Thom (1923-2002) appartient à cette famille. La théorie de métaphores mathématiques qu'il a introduite à la fin des années 1970 sous le nom de *Théorie des catastrophes*³⁹ [56] a débouché sur la construction de nombreux modèles d'intelligibilité dans tous les domaines des sciences humaines. Le dernier en date est celui de Jacques Viret, intitulé *Topologie et Psychologie* [59]. J'ai participé à ce courant de travaux avec un grand plaisir : entrer dans ces modèles éveille la très agréable sensation de comprendre des situations et des phénomènes au sein desquels semblait régner jusqu'à présent une obscure confusion. L'accomplissement de cet acte d'intelligibilité est sans doute une première étape significative vers la création et la meilleure maîtrise de techniques, tout au moins de procédures et de protocoles en sciences humaines. Dans cette théorie métaphorique, joue un rôle essentiel, par ses propriétés, la notion d'*énergie potentielle*, quand bien même elle serait difficile sinon impossible à mesurer dans les situations présentes.

Déjà, en physique, l'énergie est une entéléchie ; on atteint ici un nouveau degré dans l'abstraction. Il m'a paru alors nécessaire, et satisfaisant pour l'esprit, d'asseoir ces différentes possibilités d'emploi du terme énergie au sein d'une construction plus générale. C'est la voie que j'ai suivie dans *Topologie et Perception* [11] :

Si nous revenons à l'Observation Première 13, on peut dire aussi :

OBSERVATION PREMIÈRE 13 *bis* (OP 13') : *Tout objet est possède une fonction d'énergie.*

Cette fonction d'énergie s'exprime à l'aide d'une intégrale dépendant des forces qui composent l'objet, et prise sur le domaine spatio-temporel Ω occupé par cet objet.

³⁹ Le terme de « catastrophe » a été proposé par Christopher Zeeman (1925-) et adopté par Thom.

Ω doit être considéré comme [contenant également] le domaine environnant l'objet, et sur lequel celui-ci a prise. On peut concevoir plusieurs Ω ; mais la famille des Ω ainsi établie comporte certainement une plage optimale à l'intérieure de laquelle se situe ce que Laurence Sterne, par Tristram Shandy interposé, nomme avec pertinence « la sphère d'influence » de l'objet, Ω^\wedge . Ω^\wedge sert de variété-base au système dynamique fibre \mathcal{D}_t qui représente l'état de l'objet à l'instant t , compte-tenu de cet environnement.

Des considérations exposées à la suite de ces premières lignes, on pourra reprendre celles-ci :

Un schéma d'interprétation développé dans le cours du texte à partir de cette idée fait penser à la célèbre formule d'Einstein qui relie l'énergie E à la fréquence ν de photons : le rapport E/ν est égal à la constante de Planck h . Si l'on se donne une certaine différence d'énergie ΔE , la Nature, qui a horreur du saut par trop discontinu, transforme le support de ce saut de manière à réduire la valeur de la discontinuité ; la variation d'énergie étant « jugée » trop brutale, l'objet support est brisé en ν fractions semblables les unes aux autres, de sorte que la fonction d'énergie qui présentait un saut initial de hauteur ΔE , est presque « lissée », approchée par une fonction en escalier présentant de nombreuses petites marches de hauteur voisine. Dans le cas physique auquel nous venons de faire allusion, la hauteur de chaque marche est h . Lorsqu'on entre dans le domaine du vivant, les phénomènes sont d'une régularité moins mécanique. Si l'on considère une chaîne métabolique qui part de M (énergie V_M) pour aboutir en M' (énergie $V_{M'}$), le saut $\Delta E = V_M - V_{M'}$ est « lissé » par toute une série d'états intermédiaires, de nature enzymatique et souvent oscillophore : le passage d'un état au suivant se fait d'une manière légèrement discontinue, la différence d'énergie δE entre ces deux états caractérisant en somme la déformation que subit l'état initial par l'effet de δE . Qu'ils agissent de la chaîne de transmission synaptique, du cycle du sommeil, ou du cycle de la glycolyse, la nature géométrique et sans doute physique du phénomène est probablement la même dans son tréfonds.

Revenons à la microphysique. On peut convenir d'attacher à l'atome d'hydrogène une certaine fonction-potentielle, dont les diverses marches, en nombre

égal à la codimension de la singularité géométrique source, correspondraient aux différentes raies d'émission lumineuse (ou encore aux différentes valeurs propres de l'équation d'onde de Schrödinger). Les marches auraient alors plutôt la forme de petites cuvettes, dans le creux desquelles repose une sorte de liquide. L'effet d'un apport extérieur d'énergie conduit à étendre le bassin de la cuvette tout en diminuant sa hauteur : de la sorte, une part du liquide tombe d'une plage sur l'autre ; la perte d'énergie potentielle par effet de la chute apparaît sous forme d'énergie lumineuse. Naturellement, quelque peu aveuglés par l'étendue des lacs, nous ne faisons pas attention à la cascade par laquelle transite le fluide ; surtout, le phénomène de chute est trop rapide pour être saisi par les sens et la perception, enfin, le fait qu'en tombant une masse fluide se fragmente en gouttelettes très fines, accroît encore la difficulté d'une observation possible. Finalement, le phénomène apparaît comme bien quantifié et discret : ce n'est qu'une illusion.

On ne manquera pas de reprocher à toutes les considérations précédentes, le vague et l'imprécision naïve. Sans doute, pour certains, vaut-il mieux ne pas avoir d'idée du tout, plutôt que de présenter des notions aux contours encore mal définis ; entre la vie et la mort, chacun fait son choix.

Après cette digression où il est affirmé que la Nature a horreur, sinon du vide, tout au moins de l'excès, revenons un instant sur la notion classique d'énergie.

Le lagrangien de la mécanique classique, $L(q, q', t)$, est une expression analytique qui lie le temps t , à la position q et à la vitesse q' de chaque particule. Le lagrangien du mathématicien généralise ce lagrangien en prenant en compte les dérivées d'ordre supérieur de $q(t) = (q_1(t), q_2(t), \dots)$.

Les dérivées partielles du lagrangien ont pour *signification physique* la force d'une part, l'impulsion $p = mv$ d'autre part :

- la i -ième composante de la **force** F est $F_i = \frac{\partial L}{\partial q_i}$,

- la i -ième composante de l'**impulsion** p est $p_i = mv_i = \frac{\partial L}{\partial q_i'}$.

L'application du principe de moindre action – cf l'Appendice II.3 – conduit à retrouver la règle de Newton :

$$F = m \gamma = m \frac{d}{dt} (v) = \frac{d}{dt} (mv) = \frac{d}{dt} (p)$$

qui s'écrit donc encore, composante par composante :

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial q_i'} \right) = 0 \text{ (équation d'Euler-Lagrange).}$$

Dans l'écriture classique de L , et de nombreux autres lagrangiens utilisés en physique [17] [18], l'accélération n'apparaît pas : en d'autres termes, cette accélération n'altère en aucune façon les propriétés autres que dynamiques du système. Toutefois, dans les théories où l'on prend en compte la gravité, qui est liée à la courbure scalaire de l'espace, les dérivées secondes de la métrique apparaissent dans le lagrangien ($S = \int R d\omega$ avec $R = g^{ik} R_{ik} = g^{il} g^{km} R_{iklm}$) puisque cette courbure en dépend. Il se pourrait aussi qu'il faille considérer des lagrangiens plus généraux, associés à des systèmes où une accélération forte aurait quelque effet sur des paramètres entrant dans la définition du lagrangien – par exemple lorsque l'accélération déformerait l'objet et par suite modifierait les pertes d'énergie causées par des frottements.

Les positions et vitesses des éléments du système sont, à chaque instant, celles qui, selon le Principe de moindre action de Fermat-Maupertuis, rendent minimale, au cours d'un déplacement effectué entre les instants t et t' , la **dépense d'énergie globale S** nécessaire pour effectuer ce déplacement :

$$S = \int_t^{t'} L(q, q', t) dt .$$

S , l'intégrale du lagrangien⁴⁰ par rapport au temps, est appelée aujourd'hui l'*action*. Hamilton lui avait donné le nom de « fonction principale » [31].

⁴⁰ On trouvera une première étude historique sur les conditions dans lesquelles Lagrange a été amené à concevoir sa méthode dans l'ouvrage de Wilton B. FILHO [25], qui, par ailleurs, ne traite pas la question importante de la

Lagrange montre, le calcul est très classique, qu'on peut déterminer ces positions et ces vitesses à partir de la connaissance des seules dérivées partielles de L . Ainsi, sous la contrainte d'extrémalité, ici de minimalité, la connaissance de la donnée globale permet d'établir celle des états locaux. Ce fait est révélateur de l'extrême stabilité et de la cohésion interne des champs et des phénomènes physiques en présence.

Une telle donnée synthétique est évidemment particulièrement satisfaisante pour l'esprit qui, par instinct, recherche l'économie, et qui, par intuition, parce qu'il porte en lui tout le passé des mondes physique, chimique et intellectuel, éprouve constamment le sentiment d'une profonde unité, d'une profonde cohérence dans les réalisations de la nature.

D'ailleurs, l'analogie serait sans doute fondée qui établirait des parallèles entre les dieux et des énergies locales représentées par des symboles, entre un dieu unique s'imposant à l'univers, et une énergie globale gouvernant l'état de cet univers. Certes, l'on reste dans le domaine de la représentation symbolique ; mais la situation psychologique de l'homme est radicalement différente : alors qu'autrefois il implorait les dieux, pratiquait les sacrifices et parfois de sa propre personne pour rendre ces divinités attentifs à ses souffrances, l'en délivrer, alors qu'il s'en remettait à leur bon vouloir pour fixer son destin, voici que, maintenant, il devient capable d'en comprendre les caprices ou leurs devenir, de les orienter dans leurs démarches, et même très localement, de jouer avec leurs personnes, et de les plier à son service. L'homme devient un Prométhée, un Faust. Mais on sait ce qu'il advint de ces héros symboliques : on veut croire que la leçon en sera tirée.

stabilité. On rencontre dans l'ouvrage le fait important que l'opérateur δ introduit par Lagrange commute avec l'opérateur d . Ce fait a été clairement justifié par Lazare Carnot dans ses *Réflexions sur la Méta physique du Calcul infinitésimal* (1797) (articles 95 à 105) [15]. Notons qu'il n'y a pas de symbole particulier pour indiquer la déformation d'un opérateur quelconque.

Le lien entre espace physique et énergie a été évoqué dans l'avant-propos à cet ouvrage. Il apparaît à travers la définition formelle de l'énergie globale : une intégrale sur un lieu Ω . Dans les cas simples, la métrique de l'espace détermine l'énergie locale – une métrique représente, en effet, un travail [13]. Sans aucun doute de manière un peu courte, élémentaire, et quant au fond peu nouvelle, on définira donc l'espace physique comme un lieu imprégné d'énergie plus ou moins concentrée. Les physiciens l'ont parfois appelé « éther », ils le désignent souvent aujourd'hui du nom de « vide ». Comme on le découvrira dans le dernier chapitre, la question de la nature de l'espace a été posée par Platon. De nombreux chapitres de la *Physique* d'Aristote lui sont consacrés. La question reste pendante. L'appropriation de toutes les manifestations de l'espace par l'homme reste l'un des grands projets de son aventure.

On ne peut quitter ce chapitre sans revenir sur la et les questions implicitement soulevées dans le chapitre précédent : quel est le statut de l'ensemble des connaissances que nous avons accumulées et que nous cherchons à accroître ? Quel est celui de l'univers symbolique que nous avons bâti, version moderne du monde platonicien des Idées, et qui s'incarne dans nos réalisations matérielles, dans nos actes, dans nos jugements, dans notre personnalité ? Les notions de force et d'énergie sont-elles pertinentes pour désigner les qualités et les effets de cet immense univers de données, potentiellement capables d'informer, c'est-à-dire de façonner le monde, par notre intermédiaire, par les truchements des outils conceptuels et matériels que nous avons créés, de l'organisation de nos sociétés, de nos personnes ? Pourra-t-on rendre compte avec précision, en termes d'énergie, de la constitution d'un objet, élaborée au cours de milliers d'années, organisée en noyaux et en strates à la fonction précise ; parviendra-t-on à décrire, en ces mêmes termes, la chaîne compliquée d'efforts, de dépenses de toute nature, matérielles et intellectuelles, qui, au fil des ans et des siècles, ont accompagné la constitution de cet univers ? Comment

évaluer l'intérêt, la puissance opératoire d'un concept, d'un énoncé général, d'une recommandation ? Quels jeux de contraintes en limitent les effets, ou bien au contraire, quels éléments de catalyse les amplifient ? Quels pourraient être les invariants associés à leur propre ensemble, ceux des transformations qu'elles induisent, et peut-on alors prolonger à cet univers les invariances du monde physique ?