Chapitre III

UNE PROPRIÉTÉ ESSENTIELLE DE L'ÉNERGIE PHYSIQUE : L'INVARIANCE

III. 1 La conception des Anciens : une vision globale et immuable

Depuis la plus haute antiquité, règne dans l'esprit des physiciens la notion la plus extrême de stabilité, celle d'éternité, de conservation absolue. Les hommes avaient alors sous les yeux un ciel, des sociétés, un monde qui paraissaient immuables. Ils exprimaient leur intuition de la pérennité de manière symbolique, à travers les attributs invariables de leurs dieux[24].

Les conceptions de la physique reposent sur deux socles conceptuels, formant un couple inséparable, l'un de caractère local, l'autre de caractère global et entre lesquels doit exister, en arrière-plan, une sorte de dualité à faire surgir : le premier, représenté par Démocrite, met en avant une description atomiste, analytique de l'univers ; le second, représenté par Anaximandre, le disciple et successeur de Thalès qui, selon Théophraste (*Opinions des Physiciens)*[1], aurait introduit la notion et le terme de principe, se rapporte à un corps de doctrines sur le fonctionnement global de l'univers.

C'est ainsi que Platon s'inspirant sans doute d'Anaximandre, crée un ensemble de principes abstraits qui modèlent le monde, et qui, par nature, sont immuables. Il s'exprime à ce sujet dans le *Timée*, avec plus de clarté peut-être dans *Phèdre* (245 d-e) (28) :

---

[24] Je rejoins ici C.G. Jung (cf l'Appendice II.1). Je dois à Jacques Viret la lecture tardive de l'œuvre aussi riche que sensée de ce psychologue.

> … un principe ne provient de rien … . Puisque, d’autre part, ce principe est quelque chose d’inengendré, il est forcément aussi quelque chose d’incorruptible … . Ainsi donc, si ce qui se meut soi-même est principe de mouvement, il n’est pas possible, ni que cela s’anéantisse, ni que cela commence d’exister, sinon ce serait un affaissement du ciel tout entier, de la génération toute entière … . Or, à présent qu’a été expliquée l’immortalité de ce qui se meut par soi, personne n’hésitera à dire que là est la réalité de l’âme, que cette notion même est la notion de l’âme. Tout corps, en effet, auquel il appartient d’être mû du dehors, est un corps inanimé, tandis que celui auquel il appartient d’être mû par lui-même et du dedans, est un corps animé. Mais, si c’est bien ainsi qu’il en est et que ce qui se meut soi-même ne soit autre chose que l’âme, alors, nécessairement, l’âme doit être quelque chose d’inengendré, aussi bien que d’immortel. [50]

Une telle démonstration est spécieuse puisqu’elle fait appel à un principe impalpable, créé de toute pièce, et par nature invariable. Cela dit, on appréciera la prudence de Platon, les réserves qu’il introduit dans la fin de son exposition : « Mais, si c’est bien ainsi qu’il en est … ».

A travers la mise en forme des propriétés de la fonction d’énergie physique, nous allons retrouver cette intuition ou cette conviction d’une pérennité du moins perçue comme telle, qu’exprimeront au cours des âges des physiciens aussi divers qu’Héraclite (576 – 480) [1], Galilée, et Antoine Laurent Lavoisier (1743-1794).

Selon Héraclite :

> Ce monde-ci, le même pour tous, nul des dieux ni des hommes ne l’a fait. Mais il était toujours, est, sera, feu éternel s’allumant en mesure et s’éteignant en mesure

De son côté, Galilée affirme :

« *Niente si muta* »,

et ne manque pas aussi de rappeler :

> … le raisonnement d’Aristote, très subtil et concluant, par lequel on prouve l’incorruptibilité du ciel. ,

Lavoisier énonce, pour sa part, que :

Rien ne se perd, rien ne se crée

On peut se demander si, par ces mots, il ne reprend pas Kant lorsque celui-ci écrit [38], à propos de la mécanique :

> On emprunte à la métaphysique générale ce principe comme fondement que, dans toutes les modifications de la nature, aucune substance ni ne se crée, ni ne se perd.

La pratique des physiciens à la recherche de lois exprimant des rapports de causes à effets, des comportements, tous invariants, procède de cette antique philosophie. Selon Carl G. Jung (1875-1961), elle constitue l'une des expressions de l'un des archétypes qui siègent dans notre inconscient.

III. 2 Introduction du point de vue local : l'équilibre, depuis Archimède jusqu'au XIX^{e} siècle

Dans le traité de *Mécanique* de l'école d'Aristote, il est observé, de manière assez synthétique, qu'un levier est en équilibre statique quand les deux bras sont identiques et que les poids portés en leurs extrémités sont égaux, ou lorsque les poids en ces extrémités sont inversement proportionnels aux longueurs des bras. Selon Mach, « Un autre passage du même écrit témoigne d'un pressentiment du principe des déplacements virtuels sous une forme très indéterminée. » [45]

Après tous ceux qui se sont occupés d'optique géométrique et qui ont fondé la géométrie euclidienne, il convient bien sûr de considérer également Archimède comme un des premiers physiciens théoriciens. Le travail d'un tel physicien consiste à concevoir une ou plusieurs représentations symboliques des phénomènes observés, permettant de formaliser des relations de causes à effets, et de rendre compte avec assez d'exactitude des différentes modalités que présentent ces phénomènes, par l'introduction éventuelle d'hypothèses supplémentaires nouvelles, et par le seul examen des propriétés des représentations. La mathématique est évidemment l'outil privilégié de ces représentations.

A travers sa théorie du levier, les traités d'Archimède (*Aequiponderantibus*, *Planorum aequilibris*) [2] établissent une première formalisation de la mécanique statique et pérenne où figure ce point singulier qui est le point d'appui du levier. Comme on le savait certainement longtemps avant Aristote, l'équilibre est atteint lorsque les forces p_1 et p_2 exercées de part et d'autre du point d'appui sont dans un rapport inversement proportionnel à celui des longueurs l_1 et l_2 qui les séparent de ce point. On est ici en présence de quelques attributs et manifestations de la stabilité, de la permanence : présence d'un point singulier autour duquel se déploie une machine physique invariante dans son principe et dans son organisation, et en lequel les forces, ici leurs moments s'équilibrent.

Analysée par Lagrange et par le physicien allemand Ernst Mach dans son livre *Die Mechanik in ihrer Entwiklung* (paru en français sous le titre *La mécanique, exposé historique et critique de son développement* [45]), la théorie d'Archimède est, sur le plan formel, implicitement construite autour de la notion de *symétrie*, déjà présente d'ailleurs, chez Aristote. Il y a équilibre lorsqu'il y a symétrie. Si la symétrie est rompue par l'inégalité des longueurs ou des poids, il convient de la rétablir en modifiant les longueurs l_1 et l_2 des bras (respectivement les valeurs p_1 et p_2 des poids). Mach ne le dit pas explicitement, mais c'est bien ainsi qu'on opère dans la réalité, et par touches successives. C'est aussi cette manière progressive puis synthétique qu'emploie Archimède pour conclure que l'équilibre est atteint lorsque les moments $l_1\ p_1$ et $l_2\ p_2$ sont égaux.

La problématique de l'équilibre des forces en mécanique statique sera reprise par l'école italienne avec notamment Leonardo da Vinci (1452-1519) qui, dit E. Mach, « semble avoir le premier reconnu l'importance de la notion générale de moment statique », et avec Galilée bien sûr. Cette problématique trouvera sa conclusion finale au XIX^{e} siècle dans les traités de Möbius (1790-1868) (*Der barycentrische Calcul*, 1827, et *Lehrbuch der Statik*, 1837), ouvrages écrits sous la suggestion formulée par Lazare Carnot (1753-1823) dans sa *Géométrie de Position* (1803). Mais auparavant il faut citer : Simon Stevin qui, dans son traité paru en 1586 (*De Beghinselen der Weegconst*), introduira dans un cas particulier la notion de parallélogramme des forces sous le nom de triangle des forces ; Newton qui, dans les *Principia* énonce (en latin) la manière dont les forces se composent,

> Corollary I : *A body, acted by two forces simultaneously, will describe the diagonal of a parallelogram in the same time as it would describe the sides by those forces separately.*

Enfin, Jean Bernoulli dans la lettre à Varignon déjà citée :

> En tout équilibre de forces quelconques, en quelque manière qu'elles soient appliquées, et suivant quelques directions qu'elles agissent les unes sur les autres, ou médiatement ou immédiatement, la somme des énergies affirmatives sera égale à la somme des énergies négatives prises affirmativement.

C'est encore dans cette même lettre que Jean Bernoulli introduit l'expression de « *vitesse virtuelle* » qui est en fait un déplacement virtuel :

> ces avancements ou reculements qui sont ce que j'appelle *vitesses virtuelles* qui ne sont autre chose que ce dont chaque ligne de tendance augmente ou diminue par le petit mouvement.

Dans ses *Propositiones variae mechanico-dynamicae* (1726) [8], se plaçant du point de vue axiomatique comme il le dit lui-même, il reprend de manière précise la construction du parallélogramme des forces, et aborde la question de l'équilibre local des forces d'un système mécanique en mouvement, considérant des forces immatérielles (*Vires immateriales*) qui animent les objets acquérant des vitesses virtuelles. De fait, à cette époque, force et mouvement restent liés. Sans doute Jean Bernoulli, sur la considération du parallélogramme des forces, a-t-il eu des discussions avec son second fils Daniel[25](1700-1782) : celui-ci rédige la même année 1726 un article où il entend asseoir la vérité de cette construction, moins sur des bases factuelles, physiques, que sur des bases conceptuelles. Cet article a été analysé, d'une part par les historiens modernes [9], sans toutefois noter l'influence d'Archimède dans la démarche de Daniel Bernoulli, et d'autre part par Lagrange qui écrit ceci :

> 15. On a cherché depuis à rendre le principe de la composition des forces indépendant de la considération du mouvement, et à l'établir uniquement sur des vérités évidentes par elles-mêmes. Daniel Bernoulli a donné le premier, dans les *Commentaires de l'Académie de Pétersbourg*, tome I^er [publié également en 1726 !], une démonstration très ingénieuse du parallélogramme des forces, mais longue et compliquée, que d'Alembert a ensuite rendue un peu plus simple dans le premier Volume de ses Opuscules.
>
> Cette démonstration est fondée sur ces deux principes :
>
> **1**° Que, si deux forces agissent sur un même point dans des directions différentes, elles ont pour résultante un force unique qui divise en deux également l'angle compris entre les deux directions lorsque les deux forces sont égales, et qui est égale à leur somme lorsque cet angle est nul, ou à leur différence lorsque l'angle est de deux droits ; **2**° que des équi-multiples des mêmes forces, ou des forces quelconques qui leur soient proportionnelles, ont une résultante équi-multiple de leur résultante ou proportionnelle à cette résultante, les angles demeurant les mêmes. [[26]]
>
> Ce second principe est évident en regardant les forces comme des quantités qui peuvent s'ajouter ou se soustraire.

---

[25] Le père devint très jaloux de la notoriété de son fils ; voir par exemple la citation le concernant page iii de mon ouvrage : *De l'intuition à la Controverse*, Blanchard, Paris, 1987, citation extraite d'un ouvrage de L.G. du Pasquier : *Euler et ses Amis*, Hermann, Paris, 1927.

[26] On reconnaît ici la présence des axiomes importants de la théorie des espaces vectoriels.

A l'égard du premier, on le démontre en considérant le mouvement qu'un corps, poussé par deux forces qui ne se font pas équilibre, doit prendre, et qui, étant nécessairement unique, peut être attribué à une force unique agissant sur lui dans la direction de son mouvement. Ainsi l'on peut dire que ce principe n'est pas tout à fait exempt de la considération du mouvement.

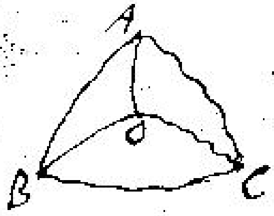
…

On a ensuite traduit en Analyse le fond de cette démonstration, et on lui a donné différentes formes plus ou moins simples, en considérant la résultante comme fonction des forces composantes et de l'angle compris entre leurs directions. (*Voir* le second tome des *mélanges de la Société de Turin*, les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, de 1769, le sixième Volume des *Opuscules* de d'Alembert, etc.) Mais il faut avouer qu'en séparant ainsi le principe de la composition des forces de celui de la composition des mouvements, on lui fait perdre ses principaux avantages, l'évidence et la simplicité, et on le réduit à n'être qu'un résultat de constructions géométriques ou d'Analyse. [38]

Ce que vient de dire Lagrange sur la genèse intellectuelle du principe de la composition des forces est révélateur, conforme à ce que nous savons déjà de l'histoire de ce principe, et instructif : ce qu'on gagne en formel, on le perd en compréhension intuitive ; le nombre, la formule et le calcul masquent les mécanismes à l'œuvre dans la réalité. Ceux qui conçoivent ces derniers pour la première fois en ont sans doute au préalable deviné la présence et les propriétés essentielles, mais ceux qui les apprennent et en font ensuite usage, restent assez souvent aveugles, et ne forment pas leur esprit à la recherche des causes profondes[27].

[27] Compte tenu du sérieux dont ici Lagrange vient de faire preuve, l'anecdote suivante ne manque pas alors de sel. Je pensais un moment rassembler des copies des illustrations et des documents originaux en géométrie différentielle. J'ai eu la chance de tomber sur des manuscrits de Lagrange, qui dormaient dans les Archives de la bibliothèque de l'Ecole Nationale Supérieure des Ponts et Chaussées : presque chaque feuillet portait un petit dessin qui avait servi de support à Lagrange pour établir ses démonstrations. Or Lagrange écrit dans son Avertissement de 1811 : « On ne trouvera point de Figures dans cet Ouvrage. Les méthodes que j'y expose ne demandent ni constructions, ni raisonnements géométriques ou mécaniques, mais seulement des opérations algébriques, assujeties à une marche régulière et uniforme… »

Ouvrons à ce propos ici une parenthèse pour apprécier le progrès accompli depuis le XIV^e^ siècle dans la représentation symbolique des notions introduites. Dans un premier temps, ces dernières sont toujours exposées et analysées sans le support d'un formalisme quelconque. On circonscrit un phénomène, on l'explicite, on le définit, on lui donne un nom, on le nomme de manière à être entendu par autrui. L'analyse et la réflexion sont alors celles du physicien. Dans une seconde étape, la mise en œuvre d'une représentation géométrique permet de donner au concept sa valeur opératoire : le physicien se fait mathématicien « appliqué ». Ce n'est que dans un troisième temps, à la fin d'un processus qui, parfois, a pu s'étaler sur des siècles, qu'un symbole est attribué au concept : on a vu, par exemple, qu'il a fallu attendre Huyghens pour représenter la masse par la lettre *m* !



$AB, BC, AC = 90$. $\cos. AB = 0$ $\cos AC = 0$

$\cos CO = \cos AO \times \cos AC + \sin AO \times \sin AC \cos OAC$

$= \sin AO \times \cos OAC$

$\cos BO = \sin AO \cos. OAB$

$\frac{\cos BO}{\cos. CO} = \frac{\cos. OAB}{\cos OAC}$: $\cos. OAB = \sin OAC$ parceque $BAC = 90°$ Donc

$\frac{\cos BO}{\cos CO} = \text{tang. } CAO$

Si A, B, C sont les axes principaux, O le pole de rotation instantanée on a en prenant r pour la rotation autour de A $\text{tang. } CAO = \frac{p}{q}$

Si A, B, C sont des axes fixes dans l'espace, en prenant dN pour la rotation autour de A $\text{tang. } CAO = \frac{dL}{dM}$, c'est l'angle V d'Euler.

Un brouillon de Lagrange que j'ai retrouvé dans les archives de la Bibliothèque de l'Ecole Nationale Supérieure des Ponts et Chaussées. Il « illustre » ce propos que tient Lagrange dans l'Avertissement qui préface son traité :

On ne trouvera pas de Figures dans cet Ouvrage.

cqfd

On aborde alors une dernière phase, où l'on manipule les symboles, phase plus anonyme, de portée plus générale, plus algorithmique, plus abstraite, élaborée encore par le physicien théoricien, mais qui, de plus en plus rapidement, va faire appel et souvent laisser la place au mathématicien dit « pur », lequel, bien souvent, en vient à ignorer les longs et patients efforts accomplis par les générations antérieures pour poser le problème et forger les outils qui peuvent mener à sa solution.

Dans l'étude de l'équilibre des corps, Lagrange, qui connaît bien les phases précédentes, aborde la troisième en formalisant davantage que Bernoulli le fait que l'équilibre est obtenu lorsque le système satisfait aux conditions du *principe du levier généralisé*, plus traditionnellement désigné par *principe des travaux virtuels* :

Soit O un point d'un corps de masse m au repos, il est point d'équilibre si est nulle la somme des moments $mF_i\ \delta u_i$, où F_i est la force qui déplacerait O le long d'une trajectoire virtuelle u_i, δu_i évaluant l'élément de déplacement virtuel de O.

Lorsque le corps, de masse m, est en mouvement, apparaît également, selon la loi adoptée par Newton, la force en O due à l'accélération, soit, dans la direction k, $m\ \frac{d^2}{dt^2}(u_k)$. Le moment de cette force est $(m\ \frac{d^2}{dt^2}(u_k))\delta u_k$ auquel lui correspond l'élément différentiel de l'énergie cinétique locale ½ $m\ (\frac{d}{dt}(u_k))^2$. L'équilibre instantané de O est alors caractérisé par le fait qu'est nulle la somme de tous les moments des forces qui s'exercent sur O :

$$0 = \mathbf{S}\ m\,[F_i\ \delta u_i + (\frac{d^2}{dt^2}(u_k))\delta u_k\,],$$

S désigne ici le symbole de sommation adopté par Lagrange.

Il convient de souligner ici, d'une part, l'usage tout à fait conscient par Lagrange de la statique pour traiter de la dynamique :

> Cette manière de rappeler les lois de la Dynamique à la Statique … ([39] p. 256)

et d'autre part, que ce procédé est d'emploi tout à fait général en théorie des systèmes dynamiques : en considérant le mouvement en chaque point de manière instantané, on le fige, ce qui permet de l'observer à loisir et d'en voir au mieux les propriétés.

L'intégration de l'équation précédente donne, selon les notations de Lagrange,

V + **T** = **H** où **H** est une constante.

(**V** résulte de l'intégration des forces « mortes » ou potentielles F_i – ce sont des fonctions qui, par exemple, ne dépendent que du lieu où s'exercent ces forces, **T** résulte de l'intégration des forces « vives »).

Ainsi, Lagrange aboutit à une *équation générale de conservation de l'énergie* dans le cadre de mécanique physique qui l'occupe, un fait qu'il ne commente pas. Il reste dans le cadre de la mécanique, et ne saurait le dépasser.

En cas de choc de deux « corps durs », le premier terme de la somme est nul ; de l'intégration immédiate du second résulte la constance de l'énergie cinétique dans ce cas. Lagrange retrouve ici, de manière simple mais il aura fallu un bon siècle pour dégager et assimiler les mécanismes en jeu, ce premier énoncé de conservation d'une énergie, en germe chez Galilée, mais clairement formulé par Huyghens, et obtenu par lui après des considérations d'ordre physique diverses[28] et par des constructions géométriques parfois longues. Huyghens écrit, dans son article précité relatif au choc de deux « corps durs »,

> Hypothèse V : Lorsque, de deux corps durs qui se rencontrent, il arrive que, après le choc, l'un d'eux a conservé tout son mouvement, l'autre également n'aura rien perdu ou gagné en mouvement.

d'où Huyghens déduit :

> Proposition XI : Dans le cas de deux corps qui se rencontrent, ce que l'on obtient en prenant la somme de leurs grandeurs multipliées par les carrés de leurs vitesses sera trouvé égal avant et après la rencontre : savoir lorsque les rapports des grandeurs et des vitesses sont donnés en nombres ou en lignes.

Alors que ces textes seront posthumes, il s'exprime ainsi dans une lettre de 1669 au *Journal des Savants* [35]:

> La somme des produits faits de la grandeur de chaque corps dur, multipliée par le quarré de la vîtesse, est toûjours la mesme devant et après les rencontres.

Lagrange ne donne pas de nom aux quantités globales **H** = **T** + **V** et **L** = **T** – **V** ; on les appelle aujourd'hui respectivement le *hamiltonien* et le *lagrangien* du système mécanique. Une transformation dite de Legendre[29] permet de passer du lagrangien à l'hamiltonien.

Ces quantités seront envisagées sous un angle plus fonctionnel par Willliam Hamilton (1805-1865), dans ses deux publications des années 1834 et 1835 [31]. Ces fonctions représentent des énergies locales, **H** étant appelée aujourd'hui l'*énergie totale* ; **L** est souvent appelée l'*énergie lagrangienne.*

---

[28] Michel Fichant en dit ceci : « La base axiomatique de la théorie du choc de Huyghens se ramène donc à la conjonction du principe d'inertie, du principe dit de Toricelli et du principe de relativité [propre à Huyghens]» [24]

[29] Au point (q, p, L) d'un premier espace, on fait correspondre les points (p, q, H = qp – L) d'un second espace (la transformation est dite involutive : en la répétant on retrouve l'espace d'origine).

Quelle que soit la fonction représentative choisie, deux termes la composent : la force vive **T** = ½ $m\ v^2$, liée à la masse et au seul mouvement par l'intermédiaire de la vitesse, appelée aujourd'hui, rappelons-le, le *moment* ou l'*énergie cinétique*, et, dépendant des forces extérieures, **V**, l'*énergie potentielle* (Hamilton a fini par lui donner le nom de « fonctions de forces », appellation en gestation chez Laplace).

On retiendra que ces fonctions, ces lagrangiens, sont, de nos jours, les *outils princeps* utilisés en physique théorique – comme par exemple ceux qui apparaissent dans les ouvrages [17] [19] ; l'appendice II.2 donne quelques exemples de lagrangiens élémentaires. De ces lagrangiens ou hamiltoniens, on déduit les comportements locaux, ainsi que les potentialités de transformations internes des milieux, comme il apparaîtra dans le chapitre suivant sur la stabilité. Pratiquer la physique théorique est un art : la réussite tient à la pertinence des fonctions d'énergie lagrangienne ou hamiltonienne qu'on y établit. Adaptées aux problèmes qu'ils étudient, les mathématiciens utilisent également d'autres fonctionnelles qu'ils appellent énergie : il n'y a pas (encore ?) de définition formelle d'une fonctionnelle générale ainsi nommée.

III .3 Le principe de la conservation de l'énergie

Les prémisses de la Renaissance se situent vers la fin du treizième siècle et au début du quatorzième. Les potentialités et les aptitudes à la mobilité s'accroissent : mobilité sur mer avec les progrès accomplis dans la construction, la manœuvre et le pilotage des navires, mobilité dans la guerre avec l'arrivée de la poudre à canon et l'emploi des armes à feu[30]. Nul doute que ces progrès techniques finissent par avoir une incidence sur les données de l'observation et

[30] Extrait du site de Wikipédia (dont la valeur est irrégulière) : un manuscrit anglais de 1326 intitulé *De Notabilitatibus, Sapientia, et Prudentiam Regum*, rédigé par Walter de Milemete, chapelain du roi Édouard II d'Angleterre, à l'intention et pour l'éducation du futur roi Édouard III fait état de ces premières armes.

sur les conséquences qu’on en peut tirer. Les textes de Galilée sont sur ce point très révélateurs.

Ce données s’accompagnent ainsi de nouvelles réflexions sur la nature et sur les propriétés du mouvement. Nous avons vu qu’apparaissent la perception et la prise en compte de l’accélération, de la notion de masse. Albert de Saxe et Oresme s’intéressent à la question de la chute des corps. Albert y fait jouer un rôle au centre de gravité.

Il faudra attendre un siècle supplémentaire, pour que Simon Stevin et Galilée étudient chacun de leur côté la chute des corps et avancent de nouvelles réflexions sur la dynamique. On notera que Galilée en particulier s’occupait activement de la conception et de la construction des navires, d’où l’idée peut-être d’expériences de physique sur les bateaux en mouvement, pouvant être réalisées à l’aide de lanceurs de projectiles très divers. Stevin et Galilée énoncent notamment le principe de l’invariance des lois de la physique par rapport au mouvement uniforme. Galilée l’énoncera de deux manières :

> Pourvu que le mouvement soit uniforme et ne fluctue pas de-ci de-là, vous n'apercevrez aucun changement dans les effets nommés, et aucun d'entre eux ne vous permettra de savoir si le navire avance ou bien s'il est arrêté.
>
> Par conséquent, un navire en mouvement sur la mer calme est l’un de ces mobiles qui avancent sur une surface qui ne descend ni ne monte : il est donc disposé, si tous les obstacles accidentels et externes étaient supprimés, à se mouvoir sans cesse et uniformément avec son impulsion, une fois qu’il l’a reçue. *Dialogo* (284)
>
> Tout corps continuera dans son mouvement [uniforme] de ligne droite *ad eternam* s'il n'est soumis à aucune force

Albert Einstein (1879-1955) formulera [22] ainsi ce principe :

> On sait que la loi fondamentale de la mécanique de Galilée-Newton, connue sous le nom de loi d’inertie, est exprimée dans les termes suivants : Un corps suffisamment éloigné d’autres corps persiste dans son état de repos ou de mouvement rectiligne

uniforme. … Un système de coordonnées dont l'état de mouvement est tel que, relativement à lui, la loi d'inertie reste valable, est appelé « systèmes de coordonnées galiléen ».

Toujours dans le même « paragraphe » 284, Galilée écrit :

La pierre tombe toujours au même endroit du navire, que celui-ci soit à l'arrêt ou avance à n'importe quelle vitesse. Le même raisonnement valant pour le navire et pour la Terre, si la pierre tombe toujours à la verticale au pied de la tour, on ne peut rien en conclure quant au mouvement ou au repos de la Terre.

et quelques lignes plus loin :

La conclusion ultime à laquelle vous faites allusion, c'est sans doute que, si son mouvement lui a été imprimé de façon indélébile, la pierre n'abandonnera pas le navire, mais le suivra, pour tomber finalement au même endroit que lorsque le navire est à l'arrêt

Si on lit bien le principe galiléen, on voit qu'il contient également celui-ci, à nouveau présenté ici dans une formulation d'Einstein [23] :

Etant donné deux systèmes de coordonnées en translation uniforme l'un par rapport à l'autre, les lois auxquelles sont soumis les changements d'état des systèmes physiques restent les mêmes, quel que soit le système de coordonnées auxquels ces changements sont rapportés.

Bien avant Einstein, Isaac Newton (1643-1727), dans ses *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687), avait rassemblé sous forme de « lois » les principes d'invariance qui fondent sa théorie. Ils constituent les première et dernière de ses trois lois. La première loi, ou principe d'inertie, dit ceci :

Everybody continues its states of rest, or of uniform motion in a right line, unless it is compelled to change that state by forces impressed on it.

(Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et le contraigne à changer d'état)[31].

Le paragraphe précédent nous a rappelé l'introduction par Huyghens de la conservation de la force vive en cas de choc de deux corps durs, et son hypothèse V énonçant l'égalité de l'action et de la réaction dans cette situation.

C'est également ce principe qu'adoptera Newton dans l'énoncé de sa troisième loi :

To every action there is always opposed an equal reaction ; or, the mutual action of two bodies upon each other are always equal, and directed to contrary parts.
(L'action est toujours égale et opposée à la réaction ; c'est-à-dire, que les actions de deux corps l'un sur l'autre sont toujours égales, et dans des directions contraires).[32]

Il précise sa pensée dans cet énoncé qui a frappé Thomson et Tait ([57], article 263) et que celui-ci a repris dans sa deuxième conférence [55] – dans les lignes qui suivent on doit entendre par « vitesse », la composante de la vitesse du point d'application de la force dans la direction de cette force :

> Si l'action d'un agent est mesurée par le produit de sa force et de sa vitesse, et si la réaction de la résistance est mesurée de même par les vitesses de ses différents parties, multipliées par leurs différentes forces, celles-ci pouvant provenir du frottement, de la cohésion, du poids, ou de l'accélération, l'action et la réaction dans toutes les combinaisons des machines seront toujours égales et contraires.

La dérivée de ½ mv^2 est $mv'v$, v' étant l'accélération, soit f v : nul, semble-t-il, n'a fait remarquer que la formulation littéraire de Newton est ainsi la généralisation sous forme différentielle, locale, d'un énoncé de conservation de la force vive à la Huyghens, et auquel Leibniz donnera au contraire la forme

[31] Traduction de l'original écrit en latin, Madame du Chastellet, 1756.
[32] Traduction, Madame du Chastellet, 1756

globale que nous rencontrerons quelques lignes plus loin. On peut considérer à bon droit Newton comme l'inventeur du calcul différentiel : la découverte qu'on lui doit du lien entre la force et l'accélération ne viendrait-elle pas en partie justement de cette formulation locale de la force vive, en partie aussi de la sensibilité de Newton à réalité du monde physique : le corps ne perçoit-il pas cette force lorsqu'il est soumis à l'accélération prise par un véhicule en mouvement irrégulier, un cheval, une calèche, un ascenseur ? Ce qui fonde par ailleurs encore davantage l'originalité de la pensée de Newton est d'avoir compris le produit v' v comme un produit scalaire.

Le contexte scientifique au milieu duquel Mayer et Helmholtz, et tous les autres auteurs, énoncent, vers la même époque, leur loi de conservation, n'est pas connu avec assez de précision et de complétude. Quelles furent leurs lectures, quelles idées circulaient-elles dans leur milieu commun, à l'époque où ils ont écrit, à peu de temps d'intervalle, leur traité ? Le psychologue Carl Gustav Young (1875-1961), écrit avec juste raison que :

l'idée de l'énergie et de sa conservation doit être une idée originelle qui sommeille dans l'inconscient collectif. [37] (cf l'appendice II.1).

Sans doute ignorait-il le fait, qui mérite éclaircissement, que les protagonistes de cette conception aient été si nombreux au même moment, tout en s'exprimant en des termes voisins.

Les préludes de leurs énoncés se rencontrent également chez Descartes, qui, faussement certes mais le premier en date, énonce un principe de conservation se rapportant au monde physique :

> 36. Que Dieu est la cause première du mouvement, et qu'il en conserve toujours une égale quantité dans l'univers. ([18], seconde partie)

Des antécédents sont aussi chez Huyghens, qui énonce la juste conservation de l'énergie cinétique en cas de choc de deux corps durs, et qui aura une grande influence sur Leibniz. Leibniz n'écrit-il pas, par exemple :

Eadem semper potentia est in Universo ([41], p. 440)

Il voit ainsi également, dans le phénomène de conservation de la force vive montré par Huyghens, la manifestation d'un principe général. En excellents termes avec Huyghens et Jean Bernoulli, mais en opposition à Descartes et le réfutant, Leibniz aura couché dans un premier texte intitulé *De corporum concursu* [24], rédigé en 1678, ses réflexions sur la notion de force et sur celle de conservation. Il reviendra sur ces questions à de nombreuses reprises, se répétant, jusqu'à ses deux derniers écrits plus spécifiques sur le sujet, datés de 1695 (*Specimen Dynamicum* [43], et *De ipse Natura…*(*De la nature en elle-même, ou de la force inhérente aux choses créées et de leurs actions* [42]). Voici comment il s'exprime dans un texte de 1692, rédigé contre Descartes et les cartésiens [42] :

> *Sur l'art. 36*. Qu'il se conserve toujours la même quantité de mouvement dans l'univers, c'est la plus célèbre théorie des cartésiens. Cependant ils n'en ont pas donné de démonstration ; car la raison tirée de la constance de Dieu est tellement faible que cela n'échappera à personne. En effet, même si la constance de Dieu est absolue et s'il ne change rien sinon les lois d'un ordre établi depuis longtemps, la question se pose cependant de savoir ce que Dieu a décidé de conserver dans la série des changements : si c'est la quantité de mouvement, ou bien quelque autre chose différente, comme par exemple la quantité des forces. J'ai démontré que c'est cette quantité des forces qui se conserve, qu'elle est différente de la quantité du mouvement, et qu'il arrive très souvent que cette dernière subit un changement, alors que la quantité des forces reste égale.

Il est une autre manifestation de l'invariance dans le domaine de la physique qui aurait pu également inciter Helmholtz et Mayer à avancer leurs énoncés généraux. On est en effet souvent conduit à adopter une variante faible de l'idée d'invariance sous la forme du principe selon lequel le travail total accompli par une force F(s), lors d'un déplacement le long d'un chemin paramétré par *s* et joignant deux points *a* et *b,* est indépendant du chemin choisi. C'était, entre autres, à travers la position spatiale du piston d'une machine à vapeur, ou bien la valeur de la température [33], le point de vue de Sadi Carnot[34] repris par W. Thomson comme par Clausius, l'un des principaux fondateurs de la thermodynamique. On trouvera dans l'Appendice II.4 une application de ce principe à l'établissement de lois dites de réciprocité.

Si toutefois l'on se réfère aux seuls mécaniciens Newton et Lagrange, Mayer et Helmholtz avaient certes bien des suggestions et des raisons pour proposer une loi de conservation de l'énergie. Elle est présentée en ces termes par Helmholtz :

> La somme des forces vives et des forces de tension présentes est donc toujours constante. Sous cette forme, nous pouvons désigner notre loi sous le nom de *principe de conservation de la force*.

Notons que la priorité de Mayer a été reconnue par Helmholtz lui-même. Est-ce la raison pour laquelle Henri Poincaré (1854-1912), dans son traité de *Thermodynamique* [51] ne fait pas référence à Helmholtz mais à Mayer ? Quant aux scientifiques britanniques, ils étaient sans doute bien préparés à accepter une telle conception. Dès 1853, dans le texte précité intitulé *On the General Law of the Transformation of Energy,* Rankine écrit sans autre forme de procès :

> The law of the *Conservation of Energy* is already known – viz., that the sum of all the energies of the universe, actual and potential, is unchanged.

---

[33] S. Carnot écrit : « *La puissance motrice de la chaleur est indépendante des agents mis en œuvre pour la réaliser ; sa quantité est fixée uniquement par les températures des corps entre lesquels se fait en dernier résultat le transport du calorique.* »
[34] Carnot, entre autres, est cité par Helmholtz .